

SPM TESTES

Teste de Matemática

2026

10.º ano de Escolaridade

Duração da Prova: 90 minutos | Tolerância: 30 minutos

(cinco páginas)

VERSÃO 1

Para cada resposta, identifique o grupo e o item.

Apresente as suas respostas de forma legível.

As cotações dos itens encontram-se no final do enunciado da prova.

Na resposta aos itens de **escolha múltipla**, selecione a opção correta. Escreva, na folha de respostas, o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

Na resposta aos restantes itens, apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias.



1. Considere a função f , definida em \mathbb{R} por $f(x) = |-x|$.

As soluções da equação $\frac{1}{4}f(x - 3) = 3$ são:

- (A) -9 e 15 (B) 9 e 15 (C) 12 e -12 (D) 12 e 15

2. Um tanque com capacidade de 1200 litros está cheio de água. Procedeu-se ao seu esvaziamento que decorreu em duas fases distintas. Em cada fase o volume variou linearmente com o tempo.

Nessas circunstâncias, o gráfico da *Figura 1* representa a variação do volume de água (V), em litros, em função do tempo (t), em minutos. O gráfico assinala o ponto $B(3, 800)$, ponto de mudança de fase do vazamento do tanque, e os pontos $A(0, 1200)$ e $C(15, 0)$.

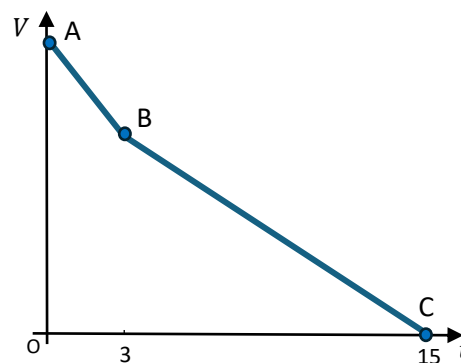


Figura 1

2.1. No instante correspondente ao ponto B , que fração da capacidade total do tanque já foi esvaziada? Apresente a solução na forma de fração irredutível.

2.2. Determine a expressão analítica da função V , definida por ramos para o intervalo $[0, 15]$.

3. Numa empresa, analisaram-se os salários mensais (em euros) dos seus trabalhadores. Os resultados mostraram que:

- a média dos salários era de 1000 euros
- a mediana dos salários era de 900 euros

Mais tarde, a empresa decidiu aumentar em 10% o número de trabalhadores, contratando novos funcionários, todos com um salário de 1000 euros.

Como consequência dessa mudança, analise o impacto na mediana e no desvio padrão dos salários. Assinale a alternativa correta:

- (A) O desvio padrão aumentou e a mediana também.
- (B) O desvio padrão manteve-se e a mediana não diminuiu.
- (C) O desvio padrão diminuiu e a mediana não diminuiu.
- (D) O desvio padrão e a mediana não variaram.

4. Na *Figura 2*, está representada, num referencial *o. n.* $Oxyz$, uma circunferência circunscrita ao retângulo $[ABCD]$.

Sabe-se que:

- As coordenadas dos pontos D e B são respetivamente $D(1 - 2\sqrt{6}, 4)$ e $B(1 + 2\sqrt{6}, 2)$;
- Os lados $[DC]$ e $[AB]$ são paralelas ao eixo Ox ;
- O triângulo $[DCE]$ é isósceles.

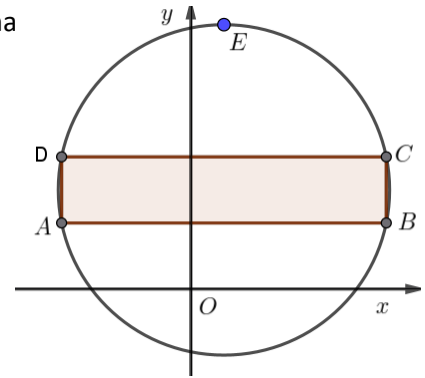


Figura 2

- 4.1. Mostre que equação cartesiana da circunferência é dada por: $(x - 1)^2 + (y - 3)^2 = 25$

- 4.2. Identifique qual é a condição que define a região do plano delimitada pelo retângulo?

(A) $(x - 1)^2 + (y - 3)^2 = 25 \wedge 1 - 2\sqrt{6} \leq x \leq 1 + 2\sqrt{6} \wedge 2 \leq y \leq 4$

(B) $(x - 1)^2 + (y - 3)^2 \leq 25 \wedge -2\sqrt{6} \leq x \leq 2\sqrt{6} \wedge 2 \leq y \leq 4$

(C) $(x - 1)^2 + (y - 3)^2 = 25 \wedge 1 - 2\sqrt{6} \leq y \leq 1 + 2\sqrt{6} \wedge 2 \leq x \leq 4$

(D) $1 - 2\sqrt{6} \leq x \leq 1 + 2\sqrt{6} \wedge 2 \leq y \leq 4$

- 4.3. Compare a área do triângulo $[DCE]$ com a área do retângulo $[ABCD]$ e, caso sejam distintas, indique qual das duas é maior.

5. Na *Figura 3* encontra-se representado, num referencial *o. n.* $Oxyz$, um prisma triangular oblíquo $[ACBFDE]$.

Sabe-se que

- A face $[ACB]$ é um triângulo isósceles ($\overline{AB} = \overline{CB}$);

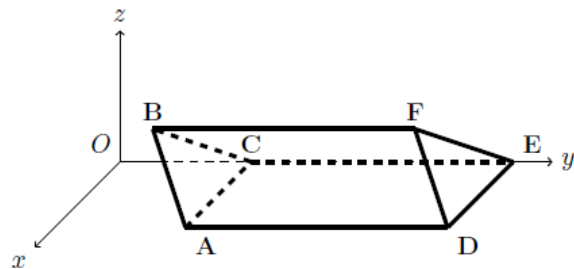


Figura 3

- As coordenadas dos pontos A , B , e F são, respetivamente, $A(2,2,0)$, $B(1,1,1)$ e $F(1,5,1)$;

- O ponto C pertence ao eixo Oy ;

- O plano mediador de $[AB]$ intersesta a altura de $[ACB]$, relativa ao lado $[AC]$, no ponto

$$I\left(1, \frac{7}{4}, \frac{1}{4}\right).$$

- 5.1. Determine as coordenadas dos pontos D e E .

- 5.2. Mostre que $2x + 2y - 2z = 5$ é uma equação cartesiana do plano mediador de $[AB]$.

- 5.3. Determine uma equação da superfície esférica cujo centro e raio são, respetivamente, iguais ao centro e ao raio da circunferência circunscrita ao triângulo $[ACB]$.

(Sugestão: Note que a mediatriz de $[AB]$, no plano do triângulo $[ABC]$, é a interseção do plano mediador desse segmento com o plano definido pelo triângulo $[ACB]$.)

6. Num referencial *o. n.* $Oxyz$ considere os pontos $A(0,1,2)$, $B(1,2,3)$ e $C(4,5,6)$ e, ainda, o ponto P que pertence à reta OB . Sabe-se que os vetores \overrightarrow{CP} e \overrightarrow{OA} são colineares.

Nestas condições, as coordenadas do ponto P são:

- (A) $(4,3,2)$ (B) $(0,3,6)$ (C) $(4,8,12)$ (D) $(8,10,12)$

7. Considere, num referencial *o. n.* Oxy , a circunferência, de equação $x^2 + y^2 = \frac{1}{9}$.

A e B são dois pontos da circunferência tal que $B = A + \vec{n}$.

O valor de $\|\overrightarrow{OA} + \vec{n}\|$ é:

- (A) $\frac{1}{3} + \|\vec{n}\|$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{9}$ (D) $\frac{1}{9} + \|\vec{n}\|$

8. Considere a seguinte família de funções definidas em \mathbb{R} , por $f(x) = (x - 1)^2 - k^2$, $k \in \mathbb{R}$.

8.1. Faça $k = -1$. Elabore o quadro de sinais da função correspondente.

8.2. Supondo, agora, $k \in \mathbb{N}$. Mostre que a equação $f(x) = 0$ é sempre possível e só tem soluções inteiras.

9. Na *Figura 4* estão representados, num referencial Oxy , os gráficos, de duas funções afins, f e g .

As duas funções interseitam-se no eixo Ox .

Uma das opções seguintes define a função g , com $a \neq 0$.

Assinale a alternativa correta:

- (A) $a + f(x)$ (B) $af(x)$
(C) $f(x - a)$ (D) $a + af(x)$

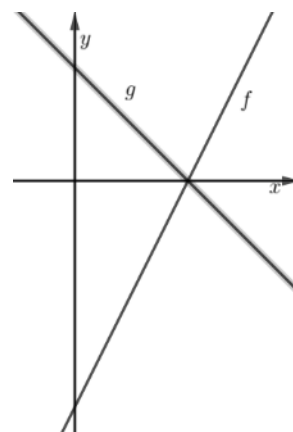


Figura 4

10. Durante uma observação meteorológica, registou-se a evolução da extensão horizontal acumulada de duas nuvens reais:

- Nuvem A: *Nimbostratus* (associada a chuva intensa)
- Nuvem B: *Cumulonimbus* (associada a aguaceiros fortes)

As medições foram efetuadas de 15 em 15 minutos, ao longo de seis períodos. Os valores obtidos foram:

Período	Tempo (min)	Extensão acumulada da nuvem A (km)	Extensão acumulada da nuvem B (km)
1	15	20	10
2	30	40	18
3	45	60	30
4	60	80	40
5	75	95	48
6	90	105	55

Os meteorologistas verificaram que, em situações de chuva muito intensa, a extensão da *Cumulonimbus*, ao fim do 7.º período, costuma ser aproximadamente 70% da extensão da *Nimbostratus* no mesmo instante.

- 10.1. Determine a amplitude interquartil do conjunto de dados sobre a Nuvem A apresentados no quadro.
- 10.2. Prevê-se que, no fim do 7.º período, a Nuvem A atinja 120 km. Determine o aumento da extensão acumulada da Nuvem B durante o 7.º período para que seja possível verificar-se um cenário de chuva muito intensa.

FIM

Questão	1.	2.1	2.2	3.	4.1	4.2	4.3	5.1	5.2	5.3	6.	7.	8.1.	8.2.	9.	10.1	10.2	TOTAL
Cotação	8	14	14	8	14	8	12	14	14	14	8	8	14	14	8	14	14	200

SPM TESTES

Teste de Matemática

2026

10.º ano de Escolaridade

Duração da Prova: 90 minutos. | Tolerância: 30 minutos.

(cinco páginas)

VERSÃO 2

Para cada resposta, identifique o grupo e o item.

Apresente as suas respostas de forma legível.

As cotações dos itens encontram-se no final do enunciado da prova.

Na resposta aos itens de **escolha múltipla**, selecione a opção correta. Escreva, na folha de respostas, o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

Na resposta aos restantes itens, apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias.



1. Considere a função f , definida em \mathbb{R} por $f(x) = |-x|$.

As soluções da equação $\frac{1}{4}f(x - 3) = 3$ são:

- (A) 12 e 15 (B) 12 e -12 (C) 9 e 15 (D) -9 e 15

2. Um tanque com capacidade de 1200 *litros* está cheio de água. Procedeu-se ao seu esvaziamento que decorreu em duas fases distintas. Em cada fase o volume variou linearmente com o tempo.

Nessas circunstâncias, o gráfico da *Figura 1* representa a variação do volume de água (V), em litros, em função do tempo (t), em minutos. O gráfico assinala o ponto $B(3, 800)$, ponto de mudança de fase do vazamento do tanque, e os pontos $A(0, 1200)$ e $C(15, 0)$.

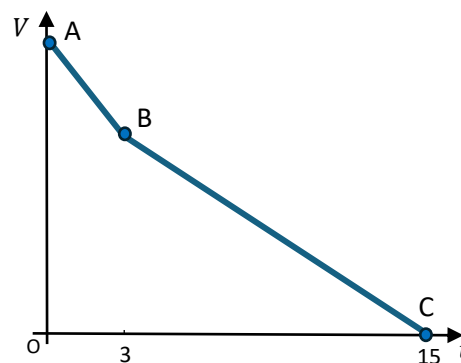


Figura 1

2.1. No instante correspondente ao ponto B , que fração da capacidade total do tanque já foi esvaziada? Apresente a solução na forma de fração irredutível.

2.2. Determine a expressão analítica da função V , definida por ramos para o intervalo $[0, 15]$.

3. Numa empresa, analisaram-se os salários mensais (em euros) dos seus trabalhadores. Os resultados mostraram que:

- a média dos salários era de 1000 euros
- a mediana dos salários era de 900 euros

Mais tarde, a empresa decidiu aumentar em 10% o número de trabalhadores, contratando novos funcionários, todos com um salário de 1000 euros.

Como consequência dessa mudança, analise o impacto na mediana e no desvio padrão dos salários. Assinale a alternativa correta:

- (A) O desvio padrão aumentou e a mediana também.
- (B) O desvio padrão diminuiu e a mediana não diminuiu.
- (C) O desvio padrão manteve-se e a mediana não diminuiu.
- (D) O desvio padrão e a mediana não variaram.

4. Na *Figura 2*, está representada, num referencial *o. n.* $Oxyz$, uma circunferência circunscrita ao retângulo $[ABCD]$.

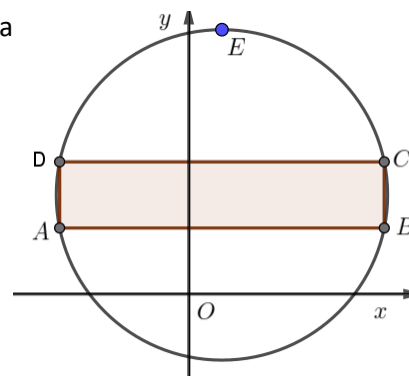


Figura 2

- 4.1. Mostre que equação cartesiana da circunferência é dada por: $(x - 1)^2 + (y - 3)^2 = 25$

- 4.2. Identifique qual é a condição que define a região do plano delimitada pelo retângulo?

(A) $1 - 2\sqrt{6} \leq x \leq 1 + 2\sqrt{6} \wedge 2 \leq y \leq 4$

(B) $(x - 1)^2 + (y - 3)^2 \leq 25 \wedge -2\sqrt{6} \leq x \leq 2\sqrt{6} \wedge 2 \leq y \leq 4$

(C) $(x - 1)^2 + (y - 3)^2 = 25 \wedge 1 - 2\sqrt{6} \leq y \leq 1 + 2\sqrt{6} \wedge 2 \leq x \leq 4$

(D) $(x - 1)^2 + (y - 3)^2 = 25 \wedge 1 - 2\sqrt{6} \leq x \leq 1 + 2\sqrt{6} \wedge 2 \leq y \leq 4$

- 4.3. Compare a área do triângulo $[DCE]$ com a área do retângulo $[ABCD]$ e, caso sejam distintas, indique qual das duas é maior.

5. Na *Figura 3* encontra-se representado, num referencial *o. n.* $Oxyz$, um prisma triangular oblíquo $[ACBFDE]$.

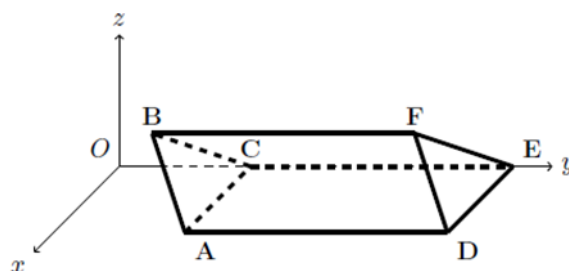


Figura 3

Sabe-se que

- A face $[ACB]$ é um triângulo isósceles ($\overline{AB} = \overline{CB}$);

- As coordenadas dos pontos A, B , e F são, respetivamente, $A(2,2,0)$, $B(1,1,1)$ e $F(1,5,1)$;

- O ponto C pertence ao eixo Oy ;

- O plano mediador de $[AB]$ intersesta a altura de $[ACB]$, relativa ao lado $[AC]$, no ponto $I(1, \frac{7}{4}, \frac{1}{4})$.

- 5.1. Determine as coordenadas dos pontos D e E .

- 5.2. Mostre que $2x + 2y - 2z = 5$ é uma equação cartesiana do plano mediador de $[AB]$.

- 5.3. Determine uma equação da superfície esférica cujo centro e raio são, respetivamente, iguais ao centro e ao raio da circunferência circunscrita ao triângulo $[ACB]$.

(Sugestão: Note que a mediatriz de $[AB]$, no plano do triângulo $[ABC]$, é a interseção do plano mediador desse segmento com o plano definido pelo triângulo $[ACB]$.)

6. Num referencial *o. n.* $Oxyz$ considere os pontos $A(0,1,2)$, $B(1,2,3)$ e $C(4,5,6)$ e, ainda, o ponto P que pertence à reta OB . Sabe-se que os vetores \overrightarrow{CP} e \overrightarrow{OA} são colineares.

Nestas condições, as coordenadas do ponto P são:

- (A) $(4,3,2)$ (B) $(4,8,12)$ (C) $(0,3,6)$ (D) $(8,10,12)$

7. Considere, num referencial *o. n.* Oxy , a circunferência, de equação $x^2 + y^2 = \frac{1}{9}$.

A e B são dois pontos da circunferência tal que $B = A + \vec{n}$.

O valor de $\|\overrightarrow{OA} + \vec{n}\|$ é:

- (A) $\frac{1}{3} + \|\vec{n}\|$ (B) $\frac{1}{9}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{1}{9} + \|\vec{n}\|$

8. Considere a seguinte família de funções definidas em \mathbb{R} , por $f(x) = (x - 1)^2 - k^2$, $k \in \mathbb{R}$.

8.1. Faça $k = -1$. Elabore o quadro de sinais da função correspondente.

8.2. Supondo, agora, $k \in \mathbb{N}$. Mostre que a equação $f(x) = 0$ é sempre possível e só tem soluções inteiras.

9. Na *Figura 4* estão representados, num referencial Oxy , os gráficos, de duas funções afins, f e g .

As duas funções interseitam-se no eixo Ox .

Uma das opções seguintes define a função g , com $a \neq 0$.

Assinale a alternativa correta:

- (A) $a + f(x)$ (B) $f(x - a)$
(C) $af(x)$ (D) $a + af(x)$

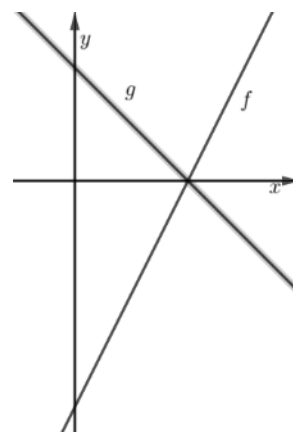


Figura 4

10. Durante uma observação meteorológica, registou-se a evolução da extensão horizontal acumulada de duas nuvens reais:

- Nuvem A: *Nimbostratus* (associada a chuva intensa)
- Nuvem B: *Cumulonimbus* (associada a aguaceiros fortes)

As medições foram efetuadas de 15 em 15 minutos, ao longo de seis períodos. Os valores obtidos foram:

Período	Tempo (min)	Extensão acumulada da nuvem A (km)	Extensão acumulada da nuvem B (km)
1	15	20	10
2	30	40	18
3	45	60	30
4	60	80	40
5	75	95	48
6	90	105	55

Os meteorologistas verificaram que, em situações de chuva muito intensa, a extensão da *Cumulonimbus*, ao fim do 7.º período, costuma ser aproximadamente 70% da extensão da *Nimbostratus* no mesmo instante.

10.1. Determine a amplitude interquartil do conjunto de dados sobre a Nuvem A apresentados no quadro.

10.2. Prevê-se que, no fim do 7.º período, a Nuvem A atinja 120 km. Determine o aumento da extensão acumulada da Nuvem B durante o 7.º período para que seja possível verificar-se um cenário de chuva muito intensa.

FIM

Questão	1.	2.1	2.2	3.	4.1	4.2	4.3	5.1	5.2	5.3	6.	7.	8.1.	8.2.	9.	10.1	10.2	TOTAL
Cotação	8	14	14	8	14	8	12	14	14	14	8	8	14	14	8	14	14	200