

MAXIMO
MACS

10

Proposta de teste de avaliação

MACS

10.º ANO DE ESCOLARIDADE

Duração: 100 minutos | **Data:**

1. Durante uma feira de ciência realizada numa escola secundária, foi feito um estudo sobre as classificações obtidas por 280 alunos num desafio de matemática. Os 280 alunos apresentados na tabela foram escolhidos aleatoriamente entre todos os participantes do evento.

As classificações estão em valores numa escala de 0 a 20.

Classificação	10	11	12	13	14	15	16	17	18
Número de alunos	18	32	54	70	48	30	16	8	4



- 1.1. Associe a cada uma das medidas estatísticas apresentadas na Coluna I o valor correspondente da Coluna II.

Cada uma das medidas, de (1) a (8), deve ser associada apenas a um dos valores, de (a) a (j).

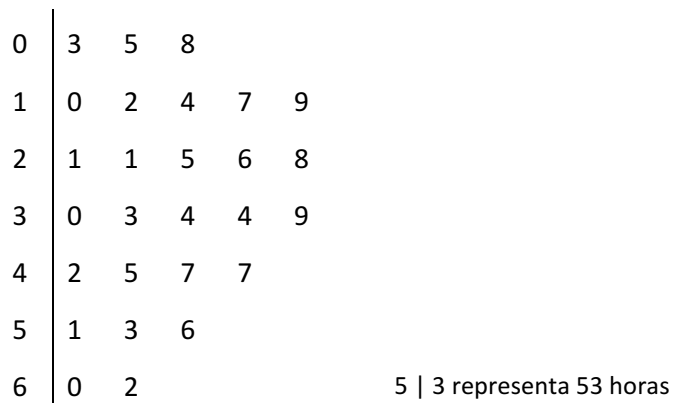
Escreva na folha de respostas cada número da Coluna I seguido da letra correspondente da Coluna II.

Coluna I	Coluna II
(1) Média	(a) 2
(2) Mediana	(b) 8
(3) 1.º quartil	(c) 13
(4) 2.º quartil	(d) 13,13
(5) 3.º quartil	(e) 14
(6) Desvio-padrão amostral	(f) 1,78
(7) Amplitude	(g) 1,67
(8) Amplitude interquartil	(h) 12
	(i) 10
	(j) 14,52

- 1.2. Após ter sido detetado um erro numa das etapas do desafio, decidiu-se que todos alunos iriam ter mais 1,5 valores na respetiva classificação. Por exemplo, os alunos que inicialmente tinham 14 valores, passaram a ter 15,5 valores.

Apresente os valores atualizados da média e do desvio-padrão das classificações.

2. No âmbito de um projeto sobre hábitos digitais, um grupo de alunos recolheu informação acerca do tempo semanal dedicado a videojogos. Participaram no estudo os 28 alunos de uma turma do ensino secundário. O diagrama de caule-e-folhas seguinte apresenta o número de horas que 27 desses alunos passaram a jogar videojogos durante uma determinada semana.



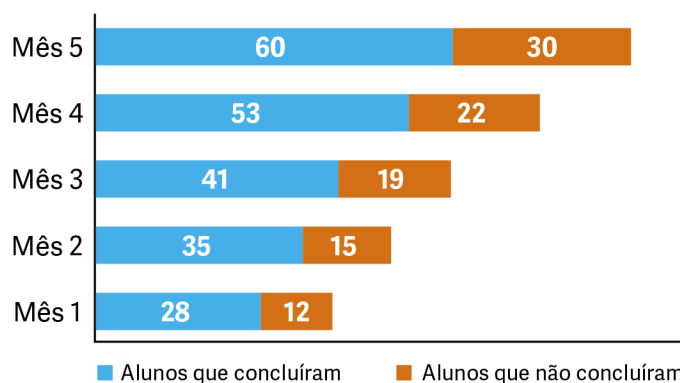
Sabe-se que a média do número de horas de jogo dos 28 alunos da turma foi de 31,5 horas.

Determine o número de horas despendidas a jogar pelo aluno que não está representado no diagrama.

3. Uma plataforma de aprendizagem online disponibiliza cursos de preparação para exames nacionais. Em cada mês, regista-se o número de alunos inscritos num determinado curso e, desses alunos, quantos concluíram todas as atividades propostas.

Na figura, estão organizados os dados recolhidos relativos a cinco meses.

Admita que a relação entre as variáveis “número de alunos inscritos no curso”, x , num determinado mês, e “número de alunos que concluíram o curso”, y , nesse mesmo mês, é bem aproximada por uma regressão linear, da forma $y = ax + b$, em que os valores de a e de b são estimados com base nos dados apresentados na tabela.



Num outro mês, inscreveram-se nesse curso 95 alunos.

Estime o número de alunos que concluíram o curso nesse mês, com base no modelo de regressão linear.

Apresente o resultado arredondado às unidades.

Na sua resposta, apresente:

- as listas que introduziu na calculadora;
- a equação da reta de regressão, com os valores de a e de b arredondados a três casas decimais.

4. Depois de decidir iniciar aulas de música, o Rodrigo pesquisou, online, os preços praticados por duas academias da sua preferência para aulas de guitarra.

Na tabela seguinte, indicam-se os preços por aula praticados por cada academia.

	Academia Harmonia	Academia Ritmo
Preço por aula	<ul style="list-style-type: none"> • 22,50 € nas quatro primeiras aulas • 18,75 € a partir da quinta aula 	19,20 €

Para garantir maior flexibilidade, o Rodrigo optou por se inscrever na Academia Harmonia.

Inscreveu-se em 8 aulas.

No momento do pagamento, o Rodrigo beneficiou de um desconto, acabando por pagar exatamente o mesmo valor que pagaria se tivesse escolhido a Academia Ritmo.

Determine o desconto, em percentagem, de que o Rodrigo beneficiou.

Na sua resposta, apresente:

- o valor total da inscrição na Academia Harmonia, antes da aplicação do desconto;
- o valor que seria pago na Academia Ritmo;
- a percentagem de desconto arredondada às unidades.

5. A Marta vai entrar na universidade e precisa de um computador portátil para estudar.

O modelo que ela pretende comprar custa 2400 €. Como não tem o valor total disponível, recorreu a uma solução de financiamento proposta pela loja.

O montante total de juros é calculado usando a fórmula de juro simples:

$$\text{Juro} = \text{Capital inicial} \times \text{Taxa anual} \times \text{Tempo (em anos)}$$

Proposta de financiamento:

Valor do financiamento: 2000 €

Prazo do empréstimo: 24 meses

TAN (taxa anual nominal): 6%

5.1. Qual é o montante total de juros que a Marta pagará ao longo dos 24 meses?

5.2. Qual será o custo total do computador portátil para a Marta no final do contrato de financiamento?

5.3. Qual é o valor da prestação mensal que a Marta terá de pagar?
Apresente o resultado arredondado às centésimas.

6. A Mariana e o Tiago compraram, em conjunto, uma consola de jogos (C), uma bicicleta elétrica (B) e uma máquina fotográfica (M). Durante algum tempo conseguiram partilhar os três bens, mas decidiram posteriormente fazer uma divisão definitiva da sua utilização.

Como não chegaram a acordo sobre a divisão dos bens, resolveram aplicar o método seguinte.

- Cada um atribui, secretamente, um certo número de pontos a cada bem, num total de 100 pontos.
- Cada bem é atribuído, temporariamente, à pessoa que mais o valoriza.
- Determina-se o total de pontos dos bens temporariamente atribuídos a cada um. Seja A a pessoa com o total de pontos mais elevado e seja B a outra pessoa.
- Procede-se ao ajuste da partilha, através da divisão da utilização do bem cuja diferença entre as pontuações atribuídas pelos dois intervenientes é menor.

- O total final de pontos de A é dado pela diferença entre o total temporário dos seus pontos e $x\%$ dos pontos atribuídos por A ao bem a partilhar.

- O total final de pontos de B é dado pela soma do total temporário dos seus pontos com $x\%$ dos pontos atribuídos por B ao mesmo bem.

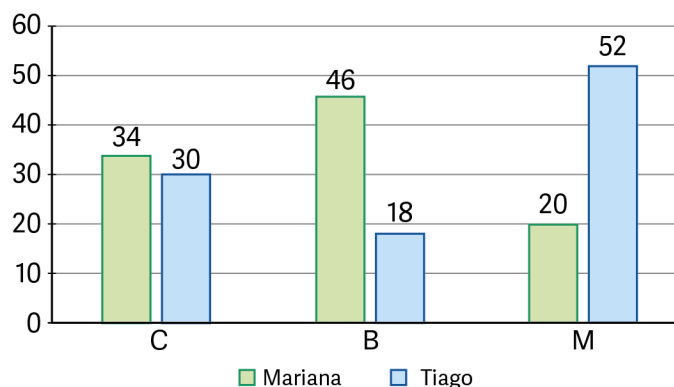
- Igualam-se os dois totais finais para determinar o valor de x .

- A pessoa B fica com os bens inicialmente atribuídos e com $x\%$ da utilização do bem partilhado, ficando A com a restante utilização.

No gráfico apresentam-se os pontos atribuídos por cada um aos três bens.

Atendendo aos dados do gráfico, concluíram que o bem a partilhar seria a consola de jogos, por ser o bem em que a diferença entre as pontuações atribuídas foi menor.

Após a aplicação do método descrito, determinaram o número de dias em que cada um poderia utilizar a consola ao longo de um ano.



Admita que, até ao final de agosto, num ano com 365 dias, o Tiago já utilizou a consola durante 118 dias.

Poderá o Tiago ainda utilizar a consola durante os 20 dias das férias de Natal em que pretende jogar com os amigos?

Na sua resposta:

- apresente a partilha temporária dos bens;
- determine o total de pontos dos bens temporariamente atribuídos a cada pessoa;
- apresente a equação que traduz o equilíbrio da partilha e resolva-a;
- apresente a partilha final dos bens;
- determine o número de dias em que o Tiago pode utilizar a consola.

7. A associação de estudantes de uma escola pretende organizar uma atividade para o final do período.

As opções em votação são: Sessão de Cinema (C) , Torneio de Videojogos (V) , Baile Temático (B) ou Escape Room (E).

Para decidir qual a atividade a realizar, a Inês pediu aos alunos da sua turma que ordenassem, sem repetições, as quatro opções de acordo com as suas preferências.

Admita que cada ordenação corresponde a um voto e que foram registados 32 votos válidos.

Na tabela seguinte apresentam-se as listas de preferências obtidas e o respetivo número de votos.

Número de votos	10	7	6	9
1.ª preferência	B	E	V	C
2.ª preferência	C	B	E	V
3.ª preferência	V	C	B	E
4.ª preferência	E	V	C	B

Para selecionar a atividade, a Inês recorreu ao método seguinte:

- Conta-se o número de primeiras preferências de cada atividade e verifica-se se alguma obtém maioria absoluta na primeira preferência. Se isso acontecer, essa atividade é escolhida.
- Caso contrário, conta-se o número de últimas preferências de cada atividade e elimina-se a atividade (ou atividades, em caso de empate) com mais votos na última preferência.
- A tabela de preferências é reorganizada, eliminando-se a atividade retirada e fazendo subir as restantes posições.
- O processo repete-se até que uma das atividades obtenha maioria absoluta das primeiras preferências.

Determine, aplicando o método descrito, qual é a atividade selecionada.

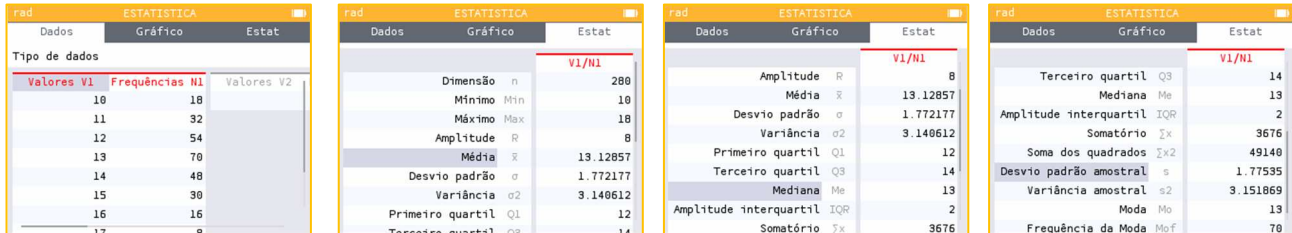
Na sua resposta, apresente todos os cálculos efetuados.

Cotações

Item	1.1.	1.2.	2.	3.	4.	5.1.	5.2.	5.3.	6.	7.	Total
Cotação	22	16	26	26	20	10	10	10	30	30	200

Proposta de resolução

1.1. (1) – (d) ; (2) – (c) ; (3) – (h) ; (4) – (c) ; (5) – (e) ; (6) – (f) ; (7) – (b) ; (8) – (a)



1.2. Nova média: $\bar{x} = 13,13 + 1,5 = 14,63$

Desvio-padrão amostral (mantém-se igual): $s = 1,78$

2.

Soma dos 27 valores (tempos) disponíveis:

$$3 + 5 + 8 + 10 + 12 + 14 + 17 + 19 + 21 + 21 + 25 + 26 + 28 + 30 + 33 + 34 + 34 + 39 + 42 + 45 + 47 + 47 + 51 + 53 + 56 + 60 + 62 = 842$$

Se x o valor a determinar, sabe-se que:

$$\frac{842 + x}{28} = 31,5$$

Logo, $842 + x = 28 \times 31,5 \Leftrightarrow x = 882 - 842 \Leftrightarrow x = 40$.

Resposta: O aluno que não está representado no diagrama jogou 40 horas nessa semana.

3.

	Mês 1	Mês 2	Mês 3	Mês 4	Mês 5
N.º de alunos inscritos	28 + 12 = 40	35 + 15 = 50	41 + 19 = 60	53 + 22 = 75	60 + 30 = 90
N.º de alunos que concluíram	28	35	41	53	60



Equação da reta de regressão: $y = 0,654x + 2,171$

Para $x = 95$, tem-se $y = 0,654 \times 95 + 2,171 = 64,301$.

Resposta: Aproximadamente, 64 alunos concluíram o curso nesse mês.

Proposta de teste de avaliação – MACS 10.º ano

4.

Harmonia: $4 \times 22,50 \text{ €} + 4 \times 18,75 \text{ €} = 165 \text{ €}$

Ritmo: $8 \times 19,20 \text{ €} = 153,60 \text{ €}$

Valor do desconto: $165 \text{ €} - 153,60 \text{ €} = 11,40 \text{ €}$

Percentagem de desconto: $\frac{11,40}{165} \times 100 \approx 7\%$

Resposta: O Rodrigo beneficiou de um desconto de 7%.

5.1.

Juro: $2000 \text{ €} \times 0,06 \times 2 = 240 \text{ €}$

Resposta: Pagará 240 €.

5.2.

$2400 \text{ €} + 240 \text{ €} = 2640 \text{ €}$

Resposta: Custará 2640 €.

5.3.

$2000 \text{ €} + 240 \text{ €} = 2240 \text{ €}$

$\frac{2240 \text{ €}}{24} \approx 93,33 \text{ €}$

Resposta: Pagará de prestação mensal 93,33 €.

6.

Mariana: Fica temporariamente com os bens C e B ($34+46 = 80$ pontos) – Pessoa A

Tiago: Fica temporariamente com o bem M (52 pontos) – Pessoa B

Bem a partilhar: Consola de jogos (C)

Então, a igualdade que traduz um equilíbrio é a seguinte: $\overbrace{80 - 34 \frac{x}{100}}^{\text{Mariana}} = \overbrace{52 + 30 \frac{x}{100}}^{\text{Tiago}}$, em que x representa a percentagem do bem a partilhar.

Resolve-se a equação:

$$80 - 34 \frac{x}{100} = 52 + 30 \frac{x}{100} \Leftrightarrow -34 \frac{x}{100} - 30 \frac{x}{100} = 52 - 80 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -64 \frac{x}{100} = -28 \Leftrightarrow -64x = -2800 \Leftrightarrow x = \frac{2800}{64}$$

Então, $x = 43,75$.

Assim, o Tiago fica com a máquina fotográfica e com, aproximadamente, 43,75% da consola de jogos. Já a Mariana fica com a bicicleta elétrica e com, aproximadamente, $100\% - 43,75\% = 56,25\%$ da consola de jogos.

Como uma consola de jogos é um item indivisível, pode efetuar-se essa partilha em termos de dias de utilização por ano.

Tiago: $0,4375 \times 365 \approx 160$ dias

Rita: $0,5625 \times 365 \approx 205$ dias

Sabe-se que o Tiago já utilizou a consola durante 118 dias, logo ainda lhe restam $160 - 118 = 42$ dias de utilização.

Assim, como $42 > 20$, o Tiago ainda poderá utilizar a consola durante os 20 dias das férias de Natal.

7.

Contamos os votos da 1.ª preferência:

- B: 10
- E: 7
- V: 6
- C: 9

Total = 32 \rightarrow maioria absoluta = $\frac{32}{2} + 1 = 16 + 1 = 17$

Nenhuma atividade tem maioria absoluta.

Contamos as últimas preferências:

- E: 10
- V: 7
- C: 6
- B: 9

A atividade com mais últimas preferências é E (Escape Room).

Elimina-se E.

- Atualizamos a tabela:

Número de votos	10	7	6	9
1.ª preferência	B	B	V	C
2.ª preferência	C	C	B	V
3.ª preferência	V	V	C	B

Contamos os votos da 1.ª preferência (na nova tabela):

- B: $10 + 7 = 17$
- V: 6
- C: 9

B tem 17 votos \rightarrow maioria absoluta

Resposta: A atividade selecionada é Baile Temático (B).