

Propostas de resolução

1. Como $f(x) \rightarrow -\infty$, quando $x \rightarrow +\infty$, o coeficiente do termo de maior grau de $f(x)$ é necessariamente negativo, ou seja, $a < 0$

Resposta: B

2. A função h é quártica, pelo que se podem eliminar as opções **B** e **C**, que representam funções cúbicas.

Tendo em conta a expressão analítica de h , conclui-se que $-a$ é um zero duplo de h .

Tanto na representação gráfica da opção **A** como da opção **D**, tem-se que $-a > 0 \Leftrightarrow a < 0$. Logo, $h(x) \rightarrow -\infty$, quando $x \rightarrow \pm\infty$, pelo que a opção correta só pode ser a **D**.

Resposta: D

3. Como $g(0) = 0$, tem-se $g(0) = 0 \Leftrightarrow a \times 0^3 + a \times 0^2 + b = 0 \Leftrightarrow b = 0$.

Como $g(x) \rightarrow +\infty$ quando $x \rightarrow +\infty$, conclui-se que $a > 0$.

Assim, $g(x) > 0 \Leftrightarrow ax^3 + ax^2 > 0 \Leftrightarrow ax^2(x+1) > 0 \Leftrightarrow x^2(x+1) > 0$

Portanto, dado que $x^2 \geq 0$, para todo o $x \in \mathbb{R}$, anulando-se em $x = 0$, para que $g(x) > 0$, basta que $x+1 > 0 \wedge x \neq 0 \Leftrightarrow x > -1 \wedge x \neq 0$.

Logo, a função g é positiva em $] -1, +\infty [\setminus \{0\}$.

4. O resto da divisão inteira de $A(x)$ por $x-2$ é dado por $A(2)$. Assim:

$$\begin{aligned} A(2) = 4 &\Leftrightarrow k^2 \times 2^4 - 4k \times 2^3 + 3 \times 2 - 2 = 4 \Leftrightarrow 16k^2 - 32k + \cancel{4} = \cancel{4} \Leftrightarrow 16k^2 - 32k = 0 \Leftrightarrow 16k(k-2) = 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow 16k = 0 \vee k-2 = 0 \Leftrightarrow k = 0 \vee k = 2 \end{aligned}$$

Para que o polinómio $A(x)$ seja de grau 4 é necessário que o coeficiente de x^4 , k^2 , seja diferente de zero, pelo que k não pode ser zero e, portanto, $k = 2$.

Resposta: C

5.1 Tem-se $x + \frac{3}{2} = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{3}{2}$. Utilizando a regra de Ruffini:

	-3	12	21	-30
$-\frac{3}{2}$		$\frac{9}{2}$	$-\frac{99}{4}$	$\frac{45}{8}$
	-3	$\frac{33}{2}$	$-\frac{15}{4}$	$-\frac{195}{8}$

Portanto, o quociente e o resto da divisão inteira de $f(x)$ por $x + \frac{3}{2}$, são, respetivamente,

$$-3x^2 + \frac{33}{2}x - \frac{15}{4} \quad \text{e} \quad -\frac{195}{8}.$$

5.2 $f(1) = -3 \times 1^2 + 12 \times 1 + 21 \times 1 - 30 = -3 + 12 + 21 - 30 = 0$. Logo, 1 é um zero de f , ou seja, o resto da divisão inteira do polinómio $f(x)$ por $x - 1$ é zero, ou ainda, $f(x)$ é divisível por $x - 1$.

Utilizando a regra de Ruffini:

	-3	12	21	-30
1		-3	9	30
	-3	9	30	0

Logo, $f(x) = (x - 1)(-3x^2 + 9x + 30)$.

Determinando os zeros do polinómio $-3x^2 + 9x + 30$, vem que:

$$-3x^2 + 9x + 30 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 3x - 10 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \times 1 \times (-10)}}{2 \times 1} \Leftrightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{49}}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{3-7}{2} \vee x = \frac{3+7}{2} \Leftrightarrow x = -2 \vee x = 5$$

Portanto, os zeros de f são -2 , 1 e 5 , e o coeficiente do seu termo de maior grau é -3 , pelo que:

$$f(x) = -3(x + 2)(x - 1)(x - 5)$$

5.3 Para responder a este item podemos escolher a fatorização do polinómio $f(x)$ que acharmos mais conveniente. Nesta resolução vamos usar $f(x) = (x-1)(-3x^2 + 9x + 30)$.

Tem-se que $f(x) \geq 0 \Leftrightarrow (x-1)(-3x^2 + 9x + 30) \geq 0$.

Já vimos que $x-1=0 \Leftrightarrow x=1$ e que $-3x^2 + 9x + 30 = 0 \Leftrightarrow x = -2 \vee x = 5$.

Construindo uma tabela de variação do sinal, vem que:

x	$-\infty$	-2		1		5	$+\infty$
$x-1$	$-$	$-$	$-$	0	$+$	$+$	$+$
$-3x^2 + 9x + 30$	$-$	0	$+$	$+$	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$

Logo, o conjunto- solução da condição $f(x) \geq 0$ é $]-\infty, -2] \cup [1, 5]$.

5.4.1 $D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g \cap \{x \in \mathbb{R} : g(x) \neq 0\} = \mathbb{R} \cap \mathbb{R} \cap \{x \in \mathbb{R} : x \neq 5\} = \mathbb{R} \setminus \{5\}$.

Resposta: B

5.4.2 Analiticamente:

- $D_{g+f} = D_g \cap D_f = \mathbb{R} \cap \mathbb{R} = \mathbb{R}$

- $(g+f)(x) = (x-5)^2 - 3(x+2)(x-1)(x-5) = (x-5)(x-5-3(x+2)(x-1)) =$

$$= (x-5)(x-5-3(x^2+x-2)) = (x-5)(x-5-3x^2-3x+6) = (x-5)(-3x^2-2x+1)$$

- Determinando os zeros do polinómio $-3x^2 - 2x + 1$, vem que:

$$-3x^2 - 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \times (-3) \times 1}}{2 \times (-3)} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{16}}{-6} \Leftrightarrow x = \frac{2-4}{-6} \vee x = \frac{2+4}{-6} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1}{3} \vee x = -1$$

- 5 é o zero do polinómio $x - 5$.

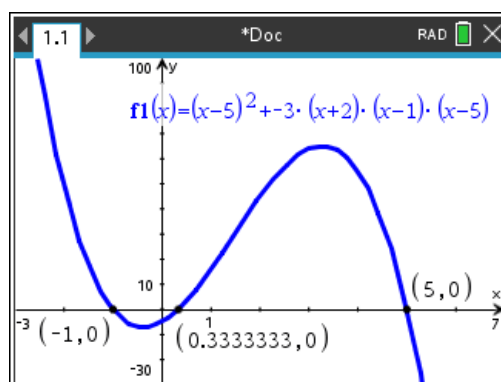
Construindo uma tabela de variação do sinal, vem que:

x	$-\infty$	-1		$\frac{1}{3}$		5	$+\infty$
$x - 5$	$-$	$-$	$-$	$-$	$-$	0	$+$
$-3x^2 - 2x + 1$	$-$	0	$+$	0	$-$	$-$	$-$
$(g + f)(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$

Logo, a função $g + f$ é negativa em $]-1, \frac{1}{3}[\cup]5, +\infty[$ e é positiva em $]-\infty, -1[\cup]\frac{1}{3}, 5[$.

Graficamente:

No editor de funções de uma calculadora, começamos por introduzir a expressão analítica da função $g - f$



Analisando o gráfico, conclui-se que, a função $g + f$ é negativa em $]-1, \frac{1}{3}[\cup]5, +\infty[$ e é positiva em $]-\infty, -1[\cup]\frac{1}{3}, 5[$ ($0,333333... = \frac{1}{3}$).

$$5.4.3 \left(\frac{g}{f}\right)(x) = 0 \Leftrightarrow g(x) = 0 \wedge f(x) \neq 0 \Leftrightarrow -(x-5)^2 = 0 \wedge 3(x+2)(x-1)(x-5) \neq 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = 5 \wedge (x+2 \neq 0 \wedge x-1 \neq 0 \wedge x-5 \neq 0) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = 5 \wedge (x \neq -2 \wedge x \neq 1 \wedge x \neq 5) \Leftrightarrow x \in \emptyset$$

Logo, a função $\frac{g}{f}$ não tem zeros.

6.1 Tem-se que $x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 2$. Construindo uma tabela de variação do sinal:

x	$-\infty$	-3		-1		2	$+\infty$
$g(x)$	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$
$h(x)$	$-$	$-$	$-$	$-$	$-$	0	$+$
$(h \times g)(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$	0	$+$

Logo, o conjunto-solução da inequação $(h \times g)(x) > 0$ é $]-3, +\infty[\setminus \{-1, 2\}$.

Resposta: D

6.2 A função g é polinomial de grau 4, e os seus únicos zeros são -3 , -1 e 2 . Tendo em conta a representação gráfica de g , -1 é um zero de multiplicidade 2. Assim:

$$g(x) = a(x+3)(x-2)(x+1)^2, \text{ com } a \in \mathbb{R}$$

Como $g(-2) = -\frac{4}{3}$, tem-se:

$$g(-2) = -\frac{4}{3} \Leftrightarrow a(-2+3)(-2-2)(-2+1)^2 = -\frac{4}{3} \Leftrightarrow a \times 1 \times (-4)(-1)^2 = -\frac{4}{3} \Leftrightarrow -4a = -\frac{4}{3} \Leftrightarrow a = \frac{1}{3}$$

$$\text{Portanto, } g(x) = \frac{1}{3}(x+3)(x-2)(x+1)^2 =$$

$$= \frac{1}{3}(x^2 - 2x + 3x - 6)(x^2 + 2x + 1)^2$$

$$= \frac{1}{3}(x^2 + x - 6)(x^2 + 2x + 1)^2$$

$$= \frac{1}{3}(x^4 + 2x^3 + x^2 + x^3 + 2x^2 + x - 6x^2 - 12x - 6)$$

$$= \frac{1}{3}(x^4 + 3x^3 - 3x^2 - 11x - 6)$$

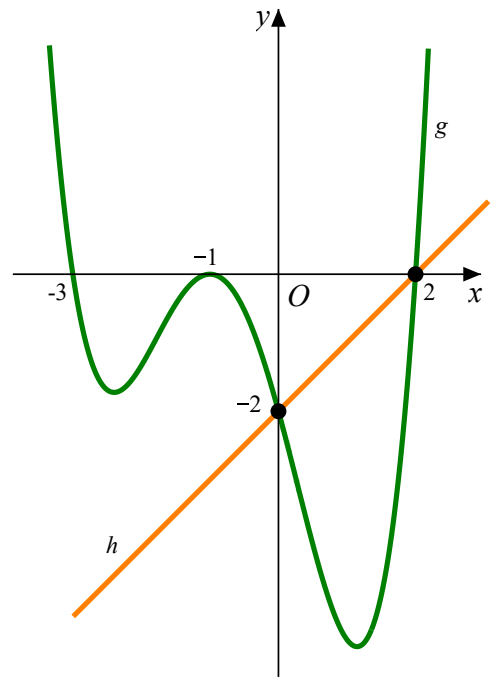
$$= \frac{1}{3}x^4 + x^3 - x^2 - \frac{11}{3}x - 2$$

6.3 $(g - h)(x) < 0 \Leftrightarrow g(x) - h(x) < 0 \Leftrightarrow g(x) < h(x)$.

A função h é afim, a reta que é o seu gráfico, intersesta o eixo Ox no ponto de abscissa 2, dado que $h(x) = 0 \Leftrightarrow x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 2$, e o eixo Oy no ponto de ordenada 2, dado que $h(0) = -2$.

O gráfico de g também intersesta o eixo Ox no ponto de ordenada -3 , -1 e 2 , e o eixo Oy no ponto de ordenada -2 , dado que $g(0) = -2$.

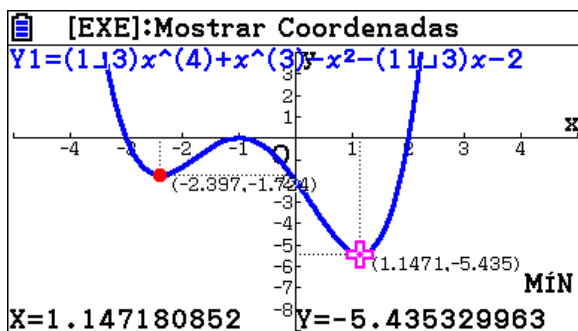
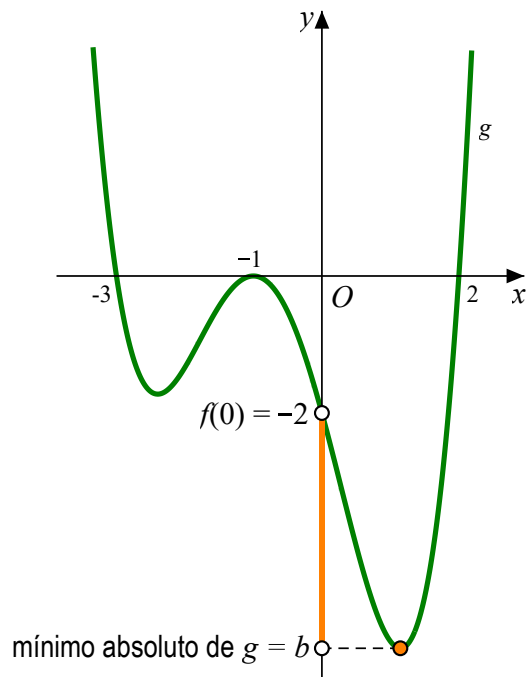
Assim, representando os gráficos das duas funções no mesmo referencial, tal como na figura ao lado, conclui-se que o conjunto-solução da inequação $(g - h)(x) < 0$, ou seja, da inequação $g(x) < h(x)$, é $]0, 2[$.



6.4 Tem-se que $(f - g)(x) = k \Leftrightarrow f(x) - g(x) = k \Leftrightarrow f(x) = g(x) + k$. Assim, o gráfico da função f , definida por $f(x) = g(x) + k$, obtém-se do gráfico da função g através de uma translação de vetor $(0, k)$.

Tendo em conta a figura ao lado, conclui-se que para f ter dois zeros positivos, o gráfico de g tem de se deslocar, verticalmente, mais de duas unidades para cima, dado que $f(0) = -2$, mas menos de $|b|$, sendo b o mínimo absoluto de g , pelo que $k \in]2, |b|[$.

Vamos, então, recorrer a uma calculadora gráfica para determinar o valor de b , arredondado às centésimas.



Portanto, como o mínimo relativo entre -3 e -1 é superior a -2 , a função f tem exatamente dois zeros positivos se $k \in]2, |b|[$, com $|b| \approx 5,44$.

7. O resto da divisão inteira de $h(x)$ por $x^2 - 5x$ é um polinômio do tipo $ax + b$, com $a, b \in \mathbb{R}$.

Assim, se $Q(x)$ for o quociente da divisão inteira de $h(x)$ por $x^2 - 5x$, vem:

$$h(x) = Q(x)(x^2 - 5x) + ax + b$$

Tem-se que $h(0) = 3$, dado que o gráfico de h interseca o eixo Oy no ponto de ordenada 3, e o resto da divisão inteira de $h(x)$ por $x - 5$ é -2 , pelo que $h(5) = -2$. Assim:

$$\begin{aligned} \begin{cases} h(0) = 3 \\ h(5) = -2 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} Q(0)(0^2 - 5 \times 0) + a \times 0 + b = 3 \\ Q(5)(5^2 - 5 \times 5) + a \times 5 + b = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} Q(0) \times 0 + b = 3 \\ Q(5) \times 0 + 5a + b = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 + b = 3 \\ 0 + 5a + b = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} b = 3 \\ 5a + 3 = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 3 \\ 5a = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 3 \\ a = -1 \end{cases} \end{aligned}$$

Logo, o resto da divisão inteira de $h(x)$ por $x^2 - 5x$ é $-x + 3$.

8.1 Como $f(x) = a + \frac{b}{x-c}$, a reta de equação $x=c$ é assíntota vertical ao gráfico de f e a reta de equação $y=a$ é assíntota horizontal ao gráfico de f . Portanto, tendo em conta a figura, só se pode ter $a > 0$ e $c < 0$.

Resposta: C

8.2 Como $D_f = \mathbb{R} \setminus \{-3\}$, a reta de equação $x = -3$ é assíntota vertical ao gráfico de f , pelo que $c = -3$.

Como $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$, a reta de equação $y = 2$ é assíntota horizontal ao gráfico de f , pelo que $a = 2$.

Assim, $f(x) = 2 + \frac{b}{x+3}$.

Dado que -4 é o zero de f , tem-se $f(-4) = 0 \Leftrightarrow 2 + \frac{b}{-4+3} = 0 \Leftrightarrow 2 - b = 0 \Leftrightarrow b = 2$.

Logo, $f(x) = 2 + \frac{2}{x+3} = \frac{2(x+3)+2}{x+3} = \frac{2x+6+2}{x+3} = \frac{2x+8}{x+3}$.

9.3.1 A área do trapézio $[OPQR]$ é dada por $\frac{\overline{OP} + \overline{QR}}{2} \times \overline{OR}$.

Tem-se:

- $h(x) = 0 \Leftrightarrow 2 - \frac{x-4}{2x-4} = 0 \Leftrightarrow \frac{3x-4}{2x-4} = 0 \Leftrightarrow 3x-4=0 \wedge 2x-4 \neq 0 \Leftrightarrow x = \frac{4}{3} \wedge x \neq 2$.

Logo, as coordenadas do ponto P são $\left(\frac{4}{3}, 0\right)$, pelo que $\overline{OP} = \frac{4}{3}$;

- o ponto P pertence ao gráfico de h , pelo que, sendo x a abscissa deste ponto, tem-se $P(x, h(x))$, e, portanto, $\overline{QR} = x$ e $\overline{OR} = h(x)$.

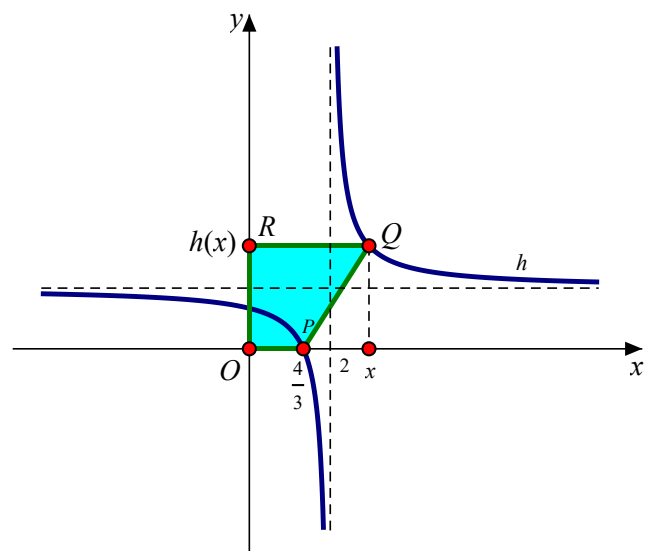
Logo, $A(x) = \frac{\overline{OP} + \overline{QR}}{2} \times \overline{OR} =$

$$= \frac{1}{2} \times \left(x + \frac{4}{3}\right) \left(\frac{3x-4}{2x-4}\right)$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{3x+4}{3} \times \frac{3x-4}{2x-4}$$

$$= \frac{(3x+4)(3x-4)}{6(2x-4)}$$

$$= \frac{(3x)^2 - 4^2}{12x - 24} = \frac{9x^2 - 16}{12x - 24}$$

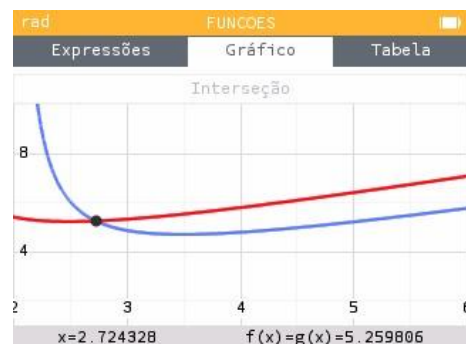


9.4.3 Tem-se que se a abscissa de Q aumenta uma unidade, ou seja, se passa a ser $x+1$, a área é dada por $A(x+1)$.

Assim, como a área diminui 10%, quando a abscissa aumenta uma unidade, então:

$$A(x+1) = A(x) - 0,1A(x) \Leftrightarrow A(x+1) = 0,9A(x), \text{ com } x > 2$$

Introduzindo estas funções no editor de funções de uma calculadora gráfica, obtém-se $x \approx 2,7$.



10. Tem-se que $t.m.v._{f;[-2,3]} = \frac{f(3) - f(-2)}{3 - (-2)}$.

Como a reta r é secante ao gráfico de f nos pontos de abscissas -2 e 3 , então $t.m.v._{f;[-2,3]} = m_r$.

Como as retas r e s são perpendiculares, então $m_r = -\frac{1}{m_s}$, ou seja, $t.m.v._{f;[-2,3]} = -\frac{1}{m_s}$.

Dado que $s: 3y - x = 3 \Leftrightarrow 3y = x + 3 \Leftrightarrow y = \frac{1}{3}x + 1$, tem-se $m_s = \frac{1}{3}$, pelo que $t.m.v._{f;[-2,3]} = -\frac{1}{m_s} = -\frac{1}{\frac{1}{3}} = -3$.

Resposta: A

11.1 Dado que a função g é derivável em \mathbb{R} , $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{g(x) - g(-3)}{x + 3}$ é valor da derivada de g em $x = -3$, isto é, é igual a $g'(-3)$.

Como $g'(x) = \left(x^2 + \frac{x^3}{3}\right)' = 2x + \frac{3x^2}{3} = 2x + x^2$, $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{g(x) - g(-3)}{x + 3} = g'(-3) = 2 \times (-3) + (-3)^2 = -6 + 9 = 3$.

Resposta: D

11.2 $g'(x) = 2x + x^2$

Determinando os zeros de g' :

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow 2x + x^2 = 0 \Leftrightarrow x(2 + x) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee 2 + x = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = -2$$

Construindo um quadro de sinal de g' e relacionando-o com a monotonia de g :

x	$-\infty$	-2		0	$+\infty$
$g'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
g	\nearrow	Máx.	\searrow	Mín.	\nearrow

Logo, g é crescente em $]-\infty, -2]$ e em $[0, +\infty[$ e é decrescente em $[-2, 0]$. Tem mínimo relativo em

$x = 0$, igual a $g(0) = 0^2 + \frac{0^3}{3} = 0$, e máximo relativo em $x = -2$, igual a $g(-2) = (-2)^2 + \frac{(-2)^3}{3} = \frac{4}{3}$.

12. Como o gráfico de g tem a concavidade voltada para baixo, $k < 0$.

Tem-se que $g'(x) = 2kx$. Logo, $g'(1) = 2k \times 1 = 2k$ e o gráfico de g é uma reta de declive negativo, dado que $k < 0$, pelo que apenas na opção **C** pode estar uma representação gráfica de g' .

Resposta: C

$$13.1.1 \quad f'(x) = \left(x + \frac{a}{x+1} \right)' = 1 + \frac{a'(x+1) - a(x+1)'}{(x+1)^2} = 1 + \frac{0 \times (x+1) - a \times 1}{(x+1)^2} = 1 - \frac{a}{(x+1)^2}.$$

13.1.2 Como f é derivável em $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ e tem um extremo em $x = 1$, pelo teorema de Fermat:

$$f'(1) = 0$$

$$\text{Assim, } f'(1) = 0 \Leftrightarrow 1 - \frac{a}{(1+1)^2} = 0 \Leftrightarrow 1 - \frac{a}{4} = 0 \Leftrightarrow 1 = \frac{a}{4} \Leftrightarrow a = 4.$$

$$\text{Portanto, } f'(x) = 1 - \frac{4}{(x+1)^2}.$$

Determinando os zeros de f' :

$$\begin{aligned} f'(x) = 0 &\Leftrightarrow 1 - \frac{4}{(x+1)^2} = 0 \Leftrightarrow 1 = \frac{4}{(x+1)^2} \Leftrightarrow (x+1)^2 = 4 \wedge x \neq -1 \Leftrightarrow x+1 = \pm\sqrt{4} \wedge x \neq -1 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x = -1 - 2 \vee x = -1 + 2) \wedge x \neq -1 \Leftrightarrow (x = -3 \vee x = 1) \wedge x \neq -1 \end{aligned}$$

Construindo um quadro de sinal de f' e relacionando-o com a monotonia de f :

x	$-\infty$	-3		-1		1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	n.d.	$-$	0	$+$
f	\nearrow	Máx.	\searrow	n.d.	\searrow	Mín.	\nearrow

Logo, $f(1)$ é um mínimo relativo de f .

13.2 Seja t a reta tangente ao gráfico de f no ponto de abscissa -2 .

$$\text{O declive da reta } t \text{ dado por } f'(-2) = 1 - \frac{4}{(2+1)^2} = 1 - \frac{4}{3^2} = 1 - \frac{4}{9} = \frac{5}{9}.$$

Logo, a equação reduzida da reta t é da forma $y = \frac{5}{9}x + b$.

O ponto de coordenadas $(2, f(2))$ é ponto de tangência, pelo que pertence à reta t .

$$\text{Tem-se que } f(2) = 2 + \frac{4}{2+1} = 2 + \frac{4}{3} = \frac{10}{3}.$$

Assim, o ponto de coordenadas $\left(2, \frac{10}{3}\right)$ pertence à reta t . Substituindo estas coordenadas na equação

$$\text{da reta } t, \text{ tem-se } \frac{10}{3} = \frac{5}{9} \times 2 + b \Leftrightarrow b = \frac{10}{3} - \frac{10}{9} \Leftrightarrow b = \frac{20}{9}.$$

Logo, a equação reduzida da reta t é da forma $y = \frac{5}{9}x + \frac{20}{9}$.

14. Tem-se que $f'(x) \leq 0 \Leftrightarrow x \geq 0$, pelo que f é crescente em $[0, +\infty[$, e $f'(x) \geq 0 \Leftrightarrow x \leq 0$, pelo que f é decrescente em $] -\infty, 0]$. Logo, das representações gráficas apresentadas, a única que pode ser a da função f é a da opção **D**.

Resposta: D

15. Como a reta de equação $y = 2x - 5$ é tangente ao gráfico de g no ponto de abcissa 3, tem-se que $g'(3) = 2$ e o ponto de coordenadas $(3, g(3))$ pertence a esta reta, pelo que $g(3) = 2 \times 3 - 5 = 1$.

Tem-se que, $f(3) = (2 \times 3 - 3) \times g(1) = 3 \times 1 = 3$, pelo que, $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - 3}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - f(3)}{x - 3}$.

Logo, como f é derivável em \mathbb{R} , $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - f(3)}{x - 3} \in \mathbb{R}$ é valor da derivada de f em $x = 3$, isto é, é igual a $f'(3)$.

Assim, $f'(x) = (2x - 3)' g(x) + (2x - 3) g'(x) = 2g(x) + (2x - 3)g'(x)$ e, portanto:

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - 3}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - f(3)}{x - 3} = f'(3) = 2g(3) + (2 \times 3 - 3) \times g'(3) = 2 \times 1 + 3 \times 2 = 8$$

16. Como f é uma função afim, a sua expressão analítica é da forma $f(x) = mx + b$, com $m > 0$, dado que f é crescente e $b \in \mathbb{R}$

Assim, $(f - g)'(x) = f'(x) - g'(x) = (mx + b)' - (x^2 - x)' = m - (2x - 1) = -2x + m + 1$.

Logo, o gráfico de $f - g$ é uma reta de declive positivo e ordenada na origem positiva, dado que $m > 0$ e, portanto, $m + 1 > 1 > 0$.

Resposta: C

17. Seja x um número real positivo.

O dobro do inverso de um número real positivo x é dado por $2 \times \frac{1}{x} = \frac{2}{x}$, pelo que a soma de x com o dobro do seu inverso é dada por $S(x) = x + \frac{2}{x}$.

O valor de x pretendido é o que minimiza a função S , pelo que temos de determinar o valor mínimo de S . Para isso, vamos estudar o sinal da derivada de S e relacioná-lo com a monotonia de S .

- $S'(x) = \left(x + \frac{2}{x}\right)' = 1 + \frac{2' \times x - 2 \times x'}{x^2} = 1 + \frac{0 - 2}{x^2} = \frac{x^2 - 2}{x^2}$
- $S'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{x^2 - 2}{x^2} = 0 \Leftrightarrow \underset{x > 0}{x^2 - 2 = 0} \Leftrightarrow \underset{x > 0}{x^2 = 2} \Leftrightarrow x = \sqrt{2}$

Construindo um quadro de sinal de S' e relacionando-o com a monotonia de S :

x	0		$\sqrt{2}$	$+\infty$
$x^2 - 2$	n.d.	-	0	+
x^2	n.d.	+	+	+
$S'(x)$	n.d.	-	0	+
S	n.d.	\searrow	Mín.	\nearrow

Logo, S tem mínimo em $x = \sqrt{2}$, pelo que o valor mínimo da soma de um número positivo x com o dobro do seu inverso é $S(\sqrt{2}) = \sqrt{2} + \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} + \frac{2}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} + \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2} + \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$.

Portanto, o número real positivo cuja soma com o dobro do seu inverso é a menor é $\sqrt{2}$ e o valor dessa soma é $2\sqrt{2}$.

FIM