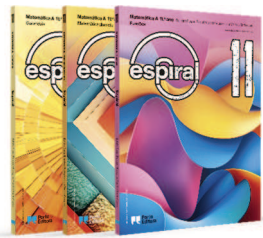


Espiral 11 – Matemática A, 11.º ano

Apoio à avaliação [maio – 2026]



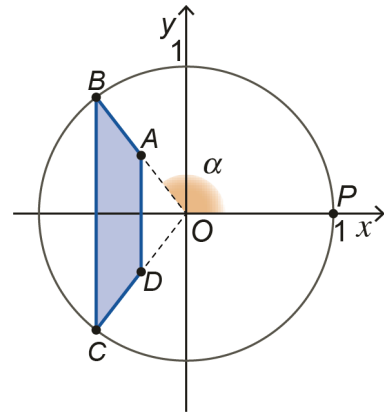
Nome: _____

Ano / Turma: _____ N.º: _____ Data: ____ - ____ - ____

1. Na figura, em referencial o.n. Oxy , estão representados a circunferência trigonométrica e o trapézio $[ABCD]$.

Sabe-se que:

- o ponto P tem coordenadas $(1,0)$;
- a amplitude, em radianos, do ângulo POB é α , com $\alpha \in \left] \frac{\pi}{2}, \pi \right[$;
- os pontos B e C pertencem à circunferência e são simétricos relativamente ao eixo Ox ;
- os pontos A e D são os pontos médios dos segmentos de reta $[OB]$ e $[OC]$, respetivamente.



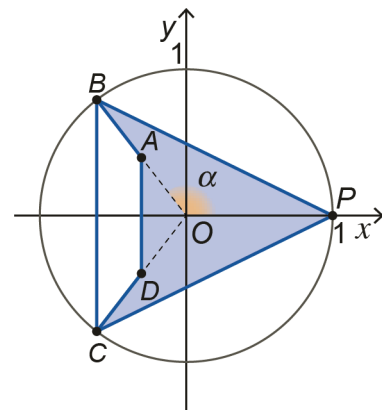
1.1. Mostra que a área T do trapézio $[ABCD]$ pode ser dada, em função de α , por:

$$T(\alpha) = -\frac{3}{4} \sin \alpha \cos \alpha$$

1.2. Considera $\beta \in \left] \frac{\pi}{2}, \pi \right[$, tal que $\tan \beta = -\sqrt{5}$. Determina o valor exato de $T(\beta)$.

1.3. Na figura, a região sombreada corresponde à parte do triângulo $[PBC]$ que se encontra no exterior do trapézio $[ABCD]$.

Recorrendo às capacidades gráficas da tua calculadora, determina o valor de α , arredondado às centésimas, de modo que a área sombreada seja igual a um quarto da área do círculo trigonométrico.



Na tua resposta:

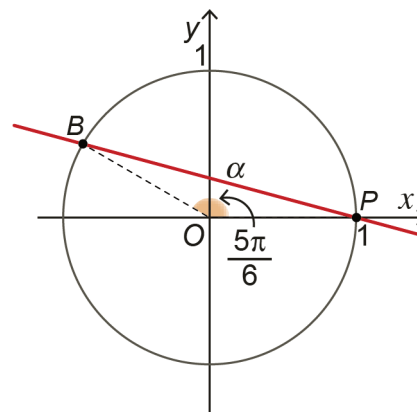
- equaciona o problema, começando por mostrar que a área do triângulo $[PBC]$ pode ser dada, em função de α , pela expressão $\sin \alpha (1 - \cos \alpha)$;
- reproduz, num referencial, o(s) gráfico(s) da(s) função(ões) visualizado(s) na calculadora;
- determina o valor pedido, arredondado às centésimas.



1.4. Considera $\alpha = \frac{5\pi}{6}$.

Qual é a inclinação da reta PB ?

- (A) $\frac{5\pi}{6}$ (B) $\frac{7\pi}{8}$
(C) $\frac{9\pi}{10}$ (D) $\frac{11\pi}{12}$



2. Considera um polinómio P definido por:

$$P(x) = x^4 + kx^3 + 4x, \text{ com } k \in \mathbb{R}$$

2.1. Considera $k = -1$. Qual é o resto da divisão de $P(x)$ por $x + 2$?

- (A) 16 (B) -16 (C) 6 (D) -6

2.2. Considera $k = -3$ e determina a multiplicidade da raiz 2 do polinómio P .

3. Seja (u_n) , com $n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$, uma progressão geométrica monótona, tal que $u_2 = 9u_4$.

3.1. Mostra que a razão r de (u_n) é igual a $\frac{1}{3}$.

3.2. Considera $u_1 = \frac{1}{6}$.

Qual pode ser o termo geral da progressão (u_n) ?

- (A) $u_n = 6 \times 3^{-n}$ (B) $u_n = \frac{1}{6} \times 3^{-n}$ (C) $u_n = 2 \times 3^{-n}$ (D) $u_n = \frac{1}{2} \times 3^{-n}$

4. Na figura está representado um prisma quadrangular regular

$[OABCDEFGG]$.

4.1. Determina de quantas maneiras se podem escolher três vértices do prisma de modo que apenas dois formem uma aresta.

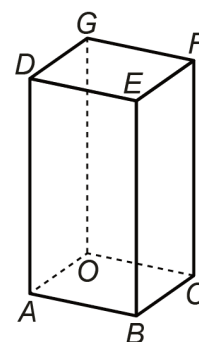
4.2. Considera, agora, que se vai pintar o prisma $[OABCDEFGG]$.

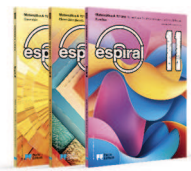
Sabe-se que:

- as duas bases podem ser pintadas de amarelo, castanho ou violeta;
- as faces laterais podem ser pintadas de azul, verde, cinzento ou laranja;
- cada face só pode ser pintada de uma única cor;

As faces do prisma são pintadas de cores diferentes.

Mantendo os vértices identificados, de quantas maneiras diferentes se pode pintar o prisma $[OABCDEFGG]$?

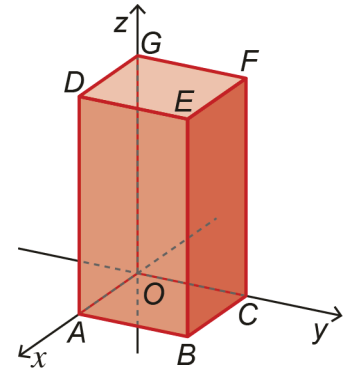




5. Considera o prisma quadrangular regular $[OABCDEFG]$ representado num referencial o.n. $Oxyz$.

Sabe-se que:

- os pontos A e C pertencem, respetivamente, aos eixos Ox e Oy ;
- o ponto E tem coordenadas $(2, 2, 4)$;
- o plano BCD é definido por $2y + z = 4$.



- 5.1. Qual é o valor de $\overline{OE} \cdot \overline{FB}$?

- (A) -12 (B) $4\sqrt{2}$
(C) $2\sqrt{6}$ (D) 8

- 5.2. Determina uma equação do plano que passa em E e é paralelo a BCD .

- 5.3. Seja P o ponto médio do segmento de reta $[AG]$.

A reta que passa por P e é perpendicular ao plano BCD , intersesta a face $[BCFE]$ num ponto Q .

Determina as coordenadas de Q .

6. Na figura está representado o prisma quadrangular regular cujo volume V é dado pela expressão:

$$V(x) = 2x^3 + 13x^2 + 28x + 20$$

Sabe-se que a medida do lado da base é igual a $x + 2$.

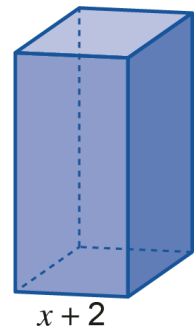
- 6.1. Mostra que a altura do prisma é dada por:

$$2x + 5$$

- 6.2. Para um determinado valor de x , a área total do prisma é igual a 270.

Qual é o valor de x ?

- (A) $x = 2$ (B) $x = 3$
(C) $x = 4$ (D) $x = 6$





7. Na figura, em referencial o.n. Oxy , estão representados os gráficos de duas funções f e g .

Sabe-se que:

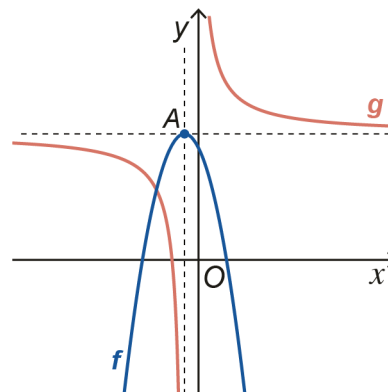
- a função f pode ser definida por

$$f(x) = -2(x + 0,5)^2 + 4,5;$$

- a função g pode ser definida por $g(x) = b + \frac{4}{2x - a}$,

com $a, b \in \mathbb{R}$;

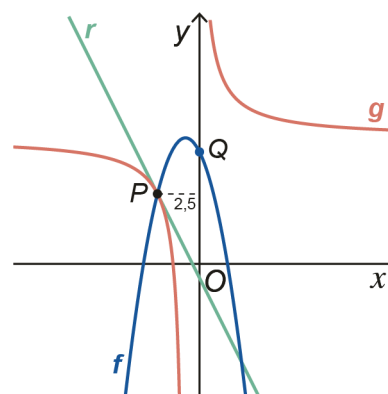
- o ponto A é o vértice da parábola e o ponto de interseção das assíntotas do gráfico de g .



7.1. Mostra que $a = -1$ e $b = \frac{9}{2}$.

7.2. Em relação à figura ao lado, sabe-se que:

- o ponto de interseção dos gráficos de f e de g é representado por P e tem ordenada 2,5;
- a reta r é tangente ao gráfico de g no ponto P e é definida pela equação $y = -2x - \frac{1}{2}$;
- o ponto Q é a interseção do gráfico de f com Oy .



a) Determina a abcissa do ponto P .

b) Seja s a reta tangente ao gráfico de f no ponto Q .

Mostra que as retas r e s são paralelas.

FIM Cotações

Questões	1.1.	1.2.	1.3	1.4.	2.1.	2.2.	3.1.	3.2.	4.1.	4.2.	5.1.	5.2.	5.3.
Cotação (pontos)	14	10	14	8	8	12	12	8	12	12	8	12	14

Questões	6.1.	6.2.	7.1.	7.2. a)	7.2. b)								Total
Cotação (pontos)	12	8	12	12	12								200