1.

1.1. Opção **(D)**

1.2. O centro do círculo é o ponto de coordenadas $(0,0)$ e raio igual a 6. Então, o círculo pode ser definido pela inequação $x^2 + y^2 \leq 6^2$, ou seja, $x^2 + y^2 \leq 36$.

1.3. A abcissa do ponto *A* resulta da interseção da reta r com o gráfico da função f. Logo:

$f(x) = -1 \Leftrightarrow x^2 - 3 = -1 \Leftrightarrow x^2 = 2 \Leftrightarrow x = \sqrt{2} \vee x = -\sqrt{2}$

Como $x_A > 0$, então $x = \sqrt{2}$.

A abcissa do ponto *B* resulta da interseção da reta r definida por $y = -1$ com a circunferência de equação $x^2 + y^2 = 9$.

Logo:

$x^2 + (-1)^2 = 9 \Leftrightarrow x^2 = 8 \Leftrightarrow x = \sqrt{8} \vee x = -\sqrt{8} \Leftrightarrow x = 2\sqrt{2} \vee x = -2\sqrt{2}$

Como $x_B > 0$, então $x = 2\sqrt{2}$.

Assim, $\overline{AB} = 2\sqrt{2} - \sqrt{2} = \sqrt{2}$.

1.4. Seja *P* o ponto de coordenadas (x, y), com $x > 0$. Como $y = f(x)$ e $f(x) = x^2 - 3$, então:

$y = x^2 - 3 \Leftrightarrow x^2 = y + 3$. Substituindo na equação da circunferência:

$x^2 + y^2 = 9 \Leftrightarrow y + 3 + y^2 = 9 \Leftrightarrow y^2 + y - 6 = 0 \Leftrightarrow y = \dfrac{-1 \pm \sqrt{1+24}}{2} \Leftrightarrow y = 2 \vee y = -3$

Para $y = -3$, tem-se $x = 0$. Para $y = 2$, tem-se $x^2 = 5 \Leftrightarrow x = \sqrt{5} \vee x = -\sqrt{5}$.

Como $x > 0$, então $x = \sqrt{5}$ e $y = 2$.

As coordenadas do ponto P são $(\sqrt{5}, 2)$.

2.

2.1. Opção **(C)**

2.2. Os pontos *A* e *C* têm coordenadas $(2, -2, 4)$ e $(0, 0, 4)$, respetivamente. Logo, o plano mediador pode ser definido pela condição:

$\sqrt{(x-2)^2 + (y+2)^2 + (z-4)^2} = \sqrt{x^2 + y^2 + (z-4)^2} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (x-2)^2 + (y+2)^2 + (z-4)^2 = x^2 + y^2 + (z-4)^2$

$\Leftrightarrow (x-2)^2 + (y+2)^2 = x^2 + y^2$

$\Leftrightarrow -4x + 4 + 4y + 4 = 0$

$\Leftrightarrow -x + y + 2 = 0$

2.3. $\overrightarrow{AI} = I - A = (2,\ 0,\ 2) - (2,\ -2,\ 4) = (0,\ 2,\ -2)$

$\overrightarrow{GD} = D - G = (0,\ -2,\ 4) - (0,\ 2,\ 0) = (0,\ -4,\ 4)$

Os vetores $\overrightarrow{GD}$ e $\overrightarrow{AI}$ são colineares se existir um número real *k*, tal que: $\overrightarrow{GD} = k\overrightarrow{AI}$

$$(0,\ -4,\ 4) = k(0,\ 2,\ -2) \Leftrightarrow \begin{cases} 0 = k \times 0 \\ -4 = 2k \\ 4 = -2k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 = 0 \\ -2 = k \\ k = -2 \end{cases}$$

Logo, $\overrightarrow{GD}$ e $\overrightarrow{AI}$ são colineares, pois $\overrightarrow{GD} = -2\overrightarrow{AI}$.

2.4. **a)** $\vec{u}(0,\ 2,\ 4)$ e $\vec{v}(-2, -2,\ 0)$

$$\frac{1}{2}\vec{u} + \vec{v} = (0,\ 1,\ 2) + (-2\ ,\ -2,\ 0) = (-2, -1,\ 2)$$

b) $\vec{u} + 3\vec{v} = (0,\ 2,\ 4) + (-6,\ -6\ ,0) = (-6,\ -4,\ 4)$

pelo que:

$$\left\|\vec{u} + 3\vec{v}\right\| = \sqrt{(-6)^2 + (-4)^2 + 4^2} = \sqrt{68} \approx 8{,}25$$

3.

3.1. Uma equação vetorial da reta AB é $(x,\ y) = (-6,\ -4) + k\left(\frac{3}{2},\ 1\right),\ k \in \mathbb{R}$.

O declive é $m_{AB} = \dfrac{1}{\frac{3}{2}} = \dfrac{2}{3}$.

A equação reduzida da reta AB é do tipo $y = \frac{2}{3}x + b$.

Atendendo a que o ponto de coordenadas $(-6,\ -4)$ pertence à reta, tem-se:

$$-4 = \frac{2}{3} \times (-6) + b \Leftrightarrow b = 0$$

Então, $y = \frac{2}{3}x$ é a equação reduzida da reta AB.

3.2. O ponto *B* é a interseção das retas AB e BC, pelo que as suas coordenadas serão a solução do seguinte sistema:

$$\begin{cases} y = \frac{2}{3}x \\ y = -\frac{3}{2}x + \frac{13}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \rule{4cm}{0.4pt} \\ \frac{2}{3}x = -\frac{3}{2}x + \frac{13}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \rule{4cm}{0.4pt} \\ 4x = -9x + 39 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \rule{2.5cm}{0.4pt} \\ 13x = 39 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 \\ x = 3 \end{cases}$$

As coordenadas do ponto B são $(3,\ 2)$.

3.3. Opção **(A)**

3.4. A ordenada do ponto C é dada por:

$$y = -\frac{3}{2} \times (-1) + \frac{13}{2} \Leftrightarrow y = \frac{16}{2} \Leftrightarrow y = 8$$

$$\overrightarrow{BC} = C - B = (-1, 8) - (3, 2) = (-4, 6)$$

A medida da área do quadrado $[ABCD]$ pode ser obtida através de:

$$\left\|\overrightarrow{BC}\right\|^2 = (-4)^2 + (6)^2 = 52$$

4.

4.1. Opção **(B)**

O valor relativo ao equipamento de segurança corresponde a $p(0) = 5 + 1{,}5 \times 0 = 5$.

4.2. Como $1\text{ h} = 60\text{ min}$, então:

$$p(60) = 50 + 1{,}8 \times 60 = 158$$

O valor gasto por 1 hora de aluguer de uma mota de água foi 158 € .

4.3. O António e o Bernardo andaram mais de 30 minutos de mota de água.

Sejam t_B e t_A os tempos de utilização do Bernardo e do António, respetivamente.

Como o António pagou mais 27 euros do que o Bernardo:

$$p(t_A) = p(t_B) + 27 \Leftrightarrow 50 + 1{,}8t_A = 50 + 1{,}8t_B + 27 \Leftrightarrow 1{,}8t_A - 1{,}8t_B = 27 \Leftrightarrow 1{,}8(t_A - t_B) = 27 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow t_A - t_B = \frac{27}{1{,}8} \Leftrightarrow t_A - t_B = 15$$

O António andou mais 15 minutos de mota de água do que o Bernardo.