Avaliação – Itens para testes de avaliação

Matemática A | 11.º Ano

Tópicos: Contagem, sucessões e funções cúbicas e quárticas.

Contagem

1. Considera todos os números naturais de cinco algarismos que se podem formar com os algarismos de 0 a 9.

1.1 Quantos destes números são ímpares, têm exatamente dois zeros e não têm mais algarismos repetidos?

A 840

B 960

C 1680

D 1920

1.2 Quantos destes números têm os algarismos dispostos por ordem crescente ou por ordem decrescente?

2. Uma coleção de peças de porcelana tem dez pratos distintos, seis jarras distintas e dois vasos iguais.

2.1 O dono desta coleção pretender dispor todas as peças, lado a lado, numa prateleira.

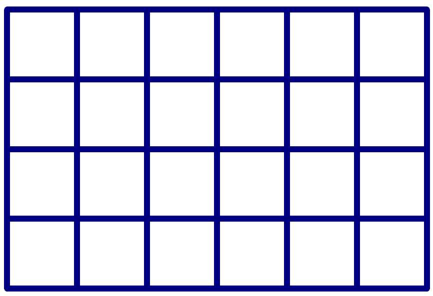
Quantas filas distintas se podem formar, de modo que os dois vasos fiquem em posições consecutivas?

Não é necessário apresentar o valor numérico.

2.2 Pretende-se escolher seis peças para uma exposição, de modo que não haja peças iguais.

Quantos conjuntos de seis peças distintas podem ser formados?

2.3 Para uma outra exposição, as dezoito peças vão ser dispostas num expositor com 24 compartimentos individuais, como representado na figura.



Quantas disposições distintas se podem formar, de modo que numa das filas horizontais apenas fiquem os dois vasos?

Uma expressão que permite determinar o número de disposições possíveis é $4 \times {}^{6}C_{2} \times {}^{18}A_{16}$.

Numa pequena composição, explica esta expressão no contexto do problema.

Carlos Andrade | José Carlos Pereira | Pedro Pimenta
Matemática 360 | Matemática A | 11.º ano

3. De um baralho completo de cartas, foram retiradas algumas e colocadas em cima de uma mesa.

Sabe-se que:

- em cima da mesa estão cartas vermelhas e pretas;
- existem 45 maneiras distintas de escolher duas das cartas vermelhas;
- colocando numa só fila todas as cartas, existem $174\,182\,400$ maneiras distintas de as cartas da mesma cor ficarem dispostas consecutivamente.

Quantas cartas foram colocadas em cima da mesa?

Sugestão: Designa por n o número de cartas vermelhas e por p o número de cartas pretas.

4. Onze amigos, entre os quais o Pedro, a Inês, a Sofia, a Maria e o João, pretendem colocar-se numa só fila para tirar uma foto.

Sabe-se que a Inês, a Sofia e a Maria pretendem ficar em posições consecutivas, e que o Pedro e o João não pretendem ficar em posições consecutivas.

Nas condições do enunciado, quantas filas distintas se podem formar?

A 1 693 440

B 846 720

C 141 120

D 40 320

5. Num grupo de doze pessoas, nove são do sexo feminino e as restantes do sexo masculino.

5.1 Quatros grupos de quatro pessoas é possível formar de modo haja pessoas do sexo masculino, mas no máximo duas?

5.2 Pretende-se formar uma comissão com sete pessoas, sendo que essa comissão tem três cargos: presidente, vice-presidente e tesoureiro. As restantes pessoas desempenharão tarefas indiferenciadas.

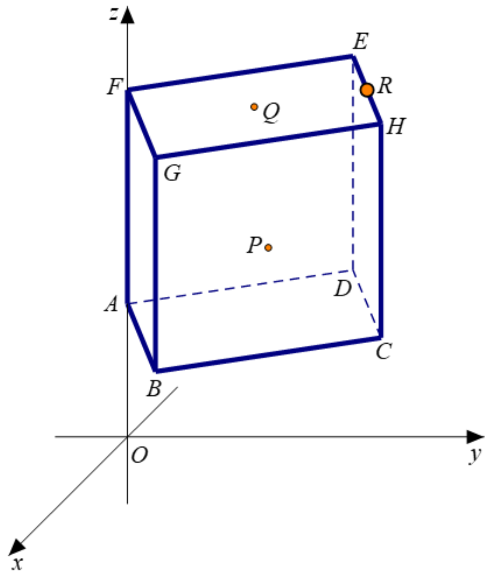
Quantas comissões distintas podem ser formadas de modo que haja pelo menos uma mulher e pelo menos um homem a desempenhar os cargos?

6. Considera todos os números naturais de cinco algarismos.

Quantos destes números estão entre 19999 e 50000, excluindo estes, e têm todos os algarismos pares ou todos os algarismos inferiores a 7?

7. Na figura, está representado, em referencial o.n. $Oxyz$, o paralelepípedo $[ABCDEFGH]$.

Sabe-se que:



- a aresta $[AF]$ está contida no eixo Oz;
- P é o centro da face $[BCHG]$;
- Q é o centro da face $[EFGH]$;
- R é o ponto médio da aresta $[EH]$.

7.1 Quantas escolhas de dois dos onze pontos assinalados definem uma reta paralela ao plano xOy?

7.2 Quantas escolhas de três dos onze pontos assinalados definem um plano que contenha a aresta $[BC]$?

8. O João faz coleção de bolas de vários desportos.

Supõe que o João pretende dispor algumas das bolas que tem num expositor com quinze lugares, de modo que cada lugar fique ocupado por apenas uma bola.

Nesse expositor vão ser colocadas doze bolas:

- quatro bolas de futebol distintas;
- três bolas de basquetebol distintas;
- cinco bolas de ténis iguais.

Escreve uma expressão que dê o número de disposições distintas que se podem fazer de modo que as bolas de futebol fiquem dispostas consecutivamente.

Sucessões

9. Considera a sucessão (u_n) definida por $(u_n) = 2(-1)^{n+1} - 2n$.

9.1 Determina o vigésimo termo da sucessão.

9.2 Justifica que (u_n) não tem termos positivos.

10. Considera a sucessão (u_n), definida por $u_n = \dfrac{2-5n}{n+7}$.

10.1 Verifica se -4 é termo da sucessão (v_n) e, em caso afirmativo, indica a respetiva ordem.

10.2 Para um certo valor real de a, seja (v_n) a sucessão definida por:

$$\begin{cases} v_1 = a \\ v_{n+1} = 8u_n - v_n, \quad n \geq 1 \end{cases}$$

Sabe-se que o terceiro termo da sucessão é $-\dfrac{55}{9}$.

Qual é o valor de a?

A -2 **B** -1 **C** 1 **D** 2

11. Seja (u_n) uma progressão aritmética tal que $u_8 + u_{20} = 11$.

11.1 Qual é o valor de $u_{12} + u_{13} + u_{14} + u_{15} + u_{16}$?

A $\dfrac{11}{2}$ **B** $\dfrac{33}{2}$ **C** $\dfrac{55}{2}$ **D** $\dfrac{77}{2}$

11.2 Sabendo que $u_{12} = 5$, determina o termo geral de (u_n).

12. Seja (w_n) uma progressão geométrica, de termos não nulos, tal que $w_{n+3} + w_n = 0$, para todo o $n \in \mathbb{N}^+$.

A soma dos 2026 primeiros termos de (w_n) é igual a:

A $-w_1$ **B** 0 **C** w_1 **D** 2026

13. Seja (u_n) uma progressão geométrica tal que $u_2 = 3$ e $u_5 = \dfrac{1}{9}$.

Justifica que a soma de todos os termos da progressão geométrica (u_n) é finita e determina-a.

14. Seja (u_n) uma progressão aritmética tal que $u_2 = u_8 + 12$.

14.1 Mostra que a razão da progressão aritmética (u_n) é -2.

14.2 Considera a sucessão (v_n) definida por $v_n = \frac{3^{u_n}}{27^{-n}}$.

a) Mostra que (v_n) é uma progressão geométrica de razão 3.

b) Sabendo que a soma dos dez primeiros termos de (v_n) é $118\,096$, determina o seu termo geral, escrevendo-o na forma $a \times b^n$, sendo a e b números racionais, e justifica se a sucessão é crescente ou decrescente.

15. Considera a progressão aritmética (u_n), tal que a soma dos seus n primeiros termos é dada por $n^2 + \frac{3n}{2}$, $\forall n \in \mathbb{N}^+$

Determina o termo geral da progressão aritmética (u_n).

FIM