

1. Opção (D)

2. Consideremos dois casos:

1.º caso: O número termina em 0 .

O número destes casos será:

$$\frac{6}{\downarrow} \times \frac{{}^3C_1}{\downarrow} \times \frac{9}{\downarrow} \times \frac{9}{\downarrow} \times \frac{1}{\downarrow}$$

um algarismo do conjunto {4,5,6,7,8,9}      número de maneiras de escolher a posição do algarismo 0 entre os três lugares possíveis      qualquer algarismo exceto 0      qualquer algarismo exceto 0      algarismo 0

2.º caso: O número termina em 5 .

Neste caso, temos:

$$\frac{6}{\downarrow} \times \frac{{}^3C_2}{\downarrow} \times \frac{9}{\downarrow} \times \frac{1}{\downarrow}$$

um algarismo do conjunto {4,5,6,7,8,9}      número de maneiras de escolher a posição dos dois algarismos 0 entre os três lugares possíveis      qualquer algarismo exceto 0      algarismo 5

No total, existem  $1458 + 162 = 1620$  números múltiplos de 5 com exatamente dois algarismos 0 .

3. Opção (B)

A probabilidade de nenhuma bola ser branca é dada pela expressão  $\frac{7}{n+7} \times \frac{6}{n+6}$ , logo

$$\frac{42}{(n+7)(n+6)} = \frac{7}{15} \Leftrightarrow n^2 + 13n + 42 = 90 \Leftrightarrow n = 3$$

4. Considere-se a tabela seguinte:

		Idade (anos)		Total
		< 26	≥ 26	
Altura (m)	< 1,90	3	1	4
	≥ 1,90	2	9	11
Total		5	10	15

Assim, a probabilidade de ter menos de 26 anos, sabendo que é um dos mais altos da equipa, é  $\frac{2}{11}$ .

5. Começando por calcular  $\lim u_n$ , obtemos:  $\lim u_n = \lim \frac{2n+5}{n+1} = 2^+$

Assim:  $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(u_n) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 2$

6.1. Sabendo que a quantidade inicial da substância fica reduzida a metade em duas horas, então:

$$M(2) = \frac{1}{2}M(0) \Leftrightarrow a \times e^{-b \times 2} = \frac{1}{2}a \times e^{-b \times 0} \Leftrightarrow e^{-2b} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow -2b = \ln\left(\frac{1}{2}\right) \Leftrightarrow b = \ln\sqrt{2}$$

6.2. Opção (A)

$$M(1) = M(0) - 20 \Leftrightarrow a \times e^{-\ln\sqrt{2}} = a - 20 \Leftrightarrow a(1 - e^{-\ln\sqrt{2}}) = 20 \Leftrightarrow a = \frac{20}{1 - e^{-\ln\sqrt{2}}}$$

Logo,  $a \approx 68$ .

O domínio da expressão é:  $\{x \in \mathbb{R} : e - e^{x+1} > 0\} = ]-\infty, 0[$

Resolvendo a equação:

$$\ln(e - e^{x+1}) = x + 1 \Leftrightarrow e - e^{x+1} = e^{x+1} \Leftrightarrow 2e^{x+1} = e \Leftrightarrow 2e^x = 1 \Leftrightarrow x = \ln\left(\frac{1}{2}\right)$$

Como  $\ln\left(\frac{1}{2}\right) < 0$ ,  $x = \ln\left(\frac{1}{2}\right)$  é solução da equação.

8. A ordenada do ponto  $A$  é igual a  $f(0)$ , ou seja, 2.

A ordenada do ponto  $B$  é igual a  $g(0)$ , ou seja,  $e - 1$ .

A abcissa do ponto  $C$  é a solução da equação  $g(x) = 2$ .

$$g(x) = 2 \Leftrightarrow e - e^{-x} = 2 \Leftrightarrow e^{-x} = e - 2 \Leftrightarrow x = -\ln(e - 2)$$

A medida da área do triângulo será, então, dada por:

$$A_{[ABC]} = \frac{(y_A - y_B) \times x_C}{2} = \frac{(3 - e) \times (-\ln(e - 2))}{2} = \frac{(e - 3) \times \ln(e - 2)}{2}$$

9.1. Se o ponto de coordenadas  $\left(-1, -\frac{3}{4}\right)$  pertence ao gráfico de  $h$ , então:

$$h(-1) = -\frac{3}{4} \Leftrightarrow k + 2^{-2} = -\frac{3}{4} \Leftrightarrow k = -1$$

Assim,  $D'_h = ]-1, +\infty[$ .

9.2. a) Como  $h(3) = 2^{3-1} = 4$ , então as coordenadas de  $A$  são  $(3, 4)$ , pelo que as coordenadas de  $A'$  serão  $(4, 3)$ .

b)  $2^{x-1} = y \Leftrightarrow x - 1 = \log_2 y \Leftrightarrow x = 1 + \log_2 y$

Logo, podemos concluir que  $h^{-1}(x) = 1 + \log_2 x$ .

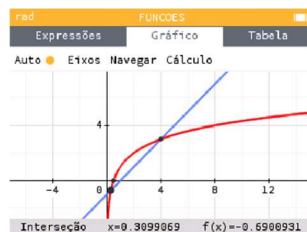
c) Sendo a reta  $r$  paralela à bissetriz dos quadrantes ímpares, então  $r : y = x + b$ .

Como o ponto  $A'$  pertence à reta  $r$ , então  $3 = 4 + b \Leftrightarrow b = -1$

Portanto:

$$r : y = x - 1$$

Utilizando as capacidades gráficas da calculadora obtém-se a seguinte representação gráfica:



As coordenadas do ponto de interseção, arredondadas às décimas, são  $(0,3; -0,7)$ .

10. Os terceiros elementos da linha  $n$  e da linha  $n+1$  do triângulo de Pascal são, respetivamente,  ${}^n C_2$  e  ${}^{n+1} C_2$ .

Logo:

$$\begin{aligned} {}^n C_2 + {}^{n+1} C_2 = 169 &\Leftrightarrow \frac{n!}{2!(n-2)!} + \frac{(n+1)!}{2!(n+1-2)!} = 169 \Leftrightarrow \frac{n(n-1)}{2} + \frac{(n+1)n}{2} = 169 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \frac{n^2 - n + n^2 + n}{2} = 169 \Leftrightarrow n^2 = 169 \Leftrightarrow_{n>2} n = 13 \end{aligned}$$

Assim, o elemento central da linha  $n+1$  é o elemento  ${}^{14} C_7 = 3432$ .