



Nome: \_\_\_\_\_

Ano / Turma: \_\_\_\_\_ N.º: \_\_\_\_\_

Data: \_\_\_\_ - \_\_\_\_ - \_\_\_\_

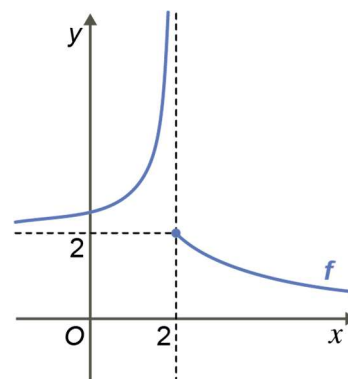
- Oito atletas vão disputar uma prova de atletismo.  
Quantos pódios diferentes se podem formar?  
(A)  ${}^8C_3$  (B)  $3!$   
(C)  $8! - 5!$  (D)  ${}^8A_3$
- Considera todos os números naturais de cinco algarismos compreendidos entre 40 000 e 99 999.  
Determina quantos destes números são múltiplos de 5 e têm exatamente dois algarismos 0.
- Um saco contém cinco bolas amarelas,  $n$  bolas brancas e duas bolas verdes, todas indistinguíveis ao tato.  
Vão ser extraídas, ao acaso, sucessivamente e sem reposição, duas bolas do saco.  
Sabe-se que a probabilidade de nenhuma das bolas extraídas ser branca é igual a  $\frac{7}{15}$ .  
Qual é o valor de  $n$ ?  
(A) 2 (B) 3  
(C) 4 (D) 5
- Uma equipa de basquetebol realizou um conjunto de medições no início de época e concluiu-se o seguinte:
  - quatro dos 15 jogadores da equipa medem menos de 1,90 m;
  - $\frac{2}{3}$  dos jogadores têm 26 anos ou mais;
  - apenas dois jogadores têm 1,90 m ou mais de altura e menos de 26 anos.Escolheu-se um jogador ao acaso e verificou-se que a sua altura era não inferior a 1,90 m.  
Calcula a probabilidade de esse jogador ter menos de 26 anos.

5. Considera a sucessão  $(u_n)$  definida por  $u_n = \frac{2n+5}{n+1}$

e seja  $f$  a função, de domínio  $\mathbb{R}$ , cujo gráfico está representado na figura.

Como esta sugere, as retas de equações  $x = 2$  e  $y = 2$  são assíntotas ao gráfico da função  $f$ .

Indica o valor de  $\lim f(u_n)$ .



6. Num laboratório, observou-se que a quantidade inicial de uma substância ficou reduzida a metade em duas horas. Considera que a massa  $M$ , em miligramas, em cada instante  $t$ , em horas, é dada por um modelo exponencial definido por  $M(t) = a \times e^{-bt}$ , sendo  $a$  e  $b$  números reais positivos.

6.1. Mostra que  $b = \ln\sqrt{2}$ .

6.2. Ao fim de uma hora a quantidade da substância tinha diminuído 20 miligramas.

Qual é o valor, arredondado às unidades, da quantidade inicial da substância?

- (A) 68                      (B) 78                      (C) 88                      (D) 98

7. Resolve, em  $\mathbb{R}$ , sem recorrer à calculadora, a equação  $\ln(e - e^{x+1}) = x + 1$ .

8. Considera as seguintes funções reais de variável real:

- $f$ , de domínio  $]-\infty, \ln 2[$ , definida por  $f(x) = 2 + \ln(2 - e^x)$ ;
- $g$ , de domínio  $\mathbb{R}$ , definida por  $g(x) = e - e^{-x}$ .

Sejam  $A$  e  $B$  os pontos de interseção dos gráficos das funções  $f$  e  $g$  com o eixo  $Oy$ , respetivamente e seja  $C$  o ponto de interseção do gráfico da função  $g$  com a reta de equação  $y = 2$ .

Mostra que a medida da área do triângulo  $[ABC]$  é igual a  $\frac{(e-3) \times \ln(e-2)}{2}$ .

9. Seja  $h$  uma função, de domínio  $\mathbb{R}$  definida por  $h(x) = k + 2^{x-1}$ , com  $k \in \mathbb{R}$ .

9.1. O ponto de coordenadas  $\left(-1, -\frac{3}{4}\right)$  pertence ao gráfico da função  $h$ .

Determina o contradomínio da função  $h$ .

**9.2.** Considera  $k = 0$ .

Seja  $A$  o ponto do gráfico da função  $h$  de abcissa 3 e seja  $A'$  o ponto simétrico de  $A$  relativamente à bissetriz dos quadrantes ímpares.

- a) Justifica que as coordenadas de  $A'$  são  $(4, 3)$ .
- b) Mostra que  $h^{-1}(x) = 1 + \log_2 x$ , sendo  $h^{-1}$  a função inversa da função  $h$ .
- c) Seja  $r$  a reta paralela à bissetriz dos quadrantes ímpares e que passa no ponto  $A'$ .

A reta  $r$  interseca o gráfico da função  $h^{-1}$  num outro ponto.

Recorre às capacidades gráficas da calculadora e determina as coordenadas desse outro ponto de interseção da reta  $r$  com o gráfico da função  $h^{-1}$ .

Apresenta as coordenadas do ponto pedido arredondadas às décimas.

Na tua resposta:

- apresenta uma equação que te permita obter o valor pedido;
- reproduz, num referencial, o(s) gráfico(s) da(s) função(ões) visualizado(s) na calculadora;
- assinala o ponto cujas coordenadas são pedidas com valores arredondados às décimas.

- 10.** Sabe-se que a soma dos terceiros elementos, da linha  $n$  e da linha  $n + 1$  do triângulo de Pascal, é igual a 169.

Determina o valor do elemento central da linha  $n + 1$ .

**FIM**

**Cotações**

Questões	1.	2.	3.	4.	5.	6.1.	6.2.	7.	8.	9.1.	9.2.a)	9.2.b)	9.2.c)	10.	Total
Cotação (pontos)	12	18	12	16	12	16	12	16	18	12	10	12	16	18	<b>200</b>