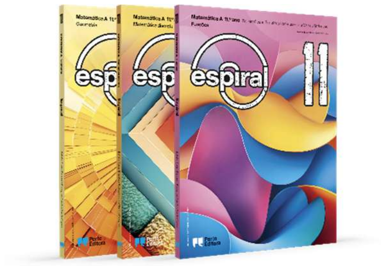


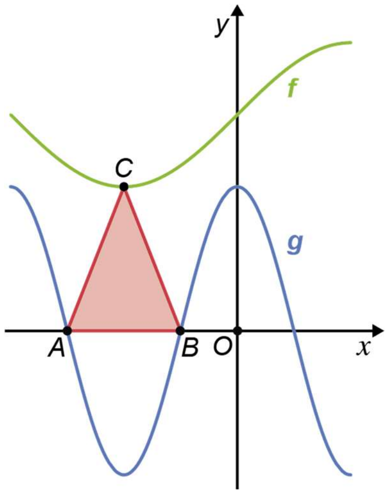
Espiral 11 – Matemática A, 11.º ano

Apoio à avaliação [março – 2026]

Nome: ____

Ano / Turma: _________ **N.º:** _____ **Data:** ____ - ____ - ____

1. Na figura, em referencial o.n. Oxy, estão representadas as funções f e g definidas, respetivamente, por $f(x) = \sin x + 3$ e $g(x) = 2\cos(2x)$.



Sabe-se que:

- as abcissas dos pontos A e B são zeros da função g;
- a ordenada do ponto C é um mínimo da função f.

1.1. Qual pode ser a expressão geral dos zeros da função g?

(A) $\frac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$

(B) $\frac{\pi}{2} + k\frac{\pi}{2},\ k \in \mathbb{Z}$

(C) $\frac{\pi}{4} + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$

(D) $\frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2},\ k \in \mathbb{Z}$

1.2. Determina o valor exato da medida da área do triângulo $[ABC]$.

2. Considera os vetores $\vec{u}(1, -2, 1)$ e $\vec{v}(0, 1, k^2 + 1)$, com $k \in \mathbb{R}$.

Qual das opções apresenta os valores de k para os quais o ângulo formado pelos vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ seja agudo?

(A) $k \in]-\infty, -1[\cup]1, +\infty[$ **(B)** $k \in]1, +\infty[$

(C) $k \in]-\infty, -1[$ **(D)** $k \in]-1, +1[$

3. Em relação a um referencial o.n. Oxy, considera a reta r definida pela equação $(x, y, z) = (0, 1, 2) + k(0, 1, 1),\ k \in \mathbb{R}$ e o ponto Q de coordenadas $(1, 2, 3)$.

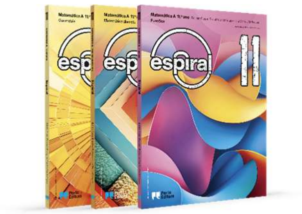
3.1. Qual das opções contém as coordenadas de um ponto pertencente à reta r?

(A) $(1, 0, 1)$ **(B)** $(0, 0, 1)$

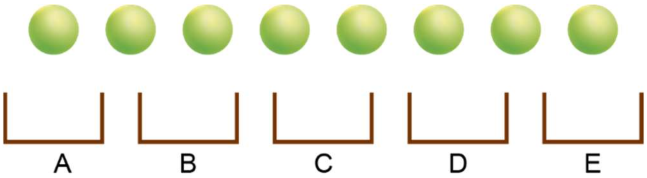
(C) $(0, -1, 1)$ **(D)** $(1, -1, 1)$

3.2. Seja α o plano perpendicular à reta r e que passa na origem do referencial. Mostra que o plano α pode ser definido pela condição $y + z = 0$.

3.3. Calcula a distância do ponto Q ao plano α.



4. Considera a figura, em que estão representadas oito bolas iguais e cinco caixas, cada uma delas identificada com uma letra, de A a E.



Pretende-se distribuir as oito bolas pelas cinco caixas de modo que cada caixa tenha, pelo menos, uma bola.

4.1. Justifica que existem $5 + {}^{5}A_2 + {}^{5}C_3$ maneiras de o fazer.

4.2. De quantas maneiras é possível fazê-lo, garantindo que as caixas identificadas com uma vogal têm mais bolas do que as caixas identificadas com uma consoante?

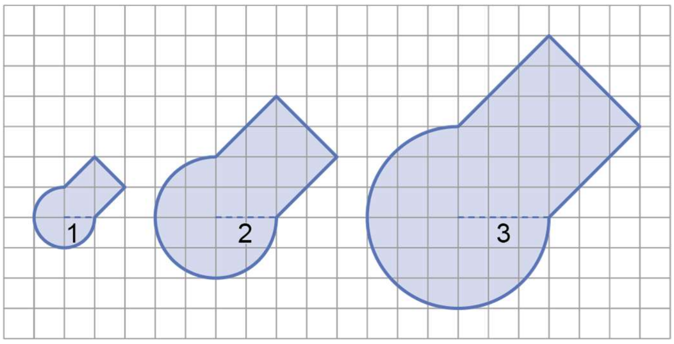
5. Considera todos os números inteiros compreendidos entre $10\ 000$ e $60\ 000$, inclusive.

5.1. Quantos destes números têm os algarismos todos diferentes?

(A) $\frac{9!}{4!}$ **(B)** $\frac{9!}{5!}$ **(C)** $\frac{10!}{4!}$ **(D)** $\frac{10!}{5!}$

5.2. Multiplicam-se dois números compreendidos entre $10\ 000$ e $60\ 000$, inclusive, escolhidos ao acaso.
Quantos produtos pares se podem obter?

6. No quadriculado, estão representadas as três primeiras figuras de uma sequência.



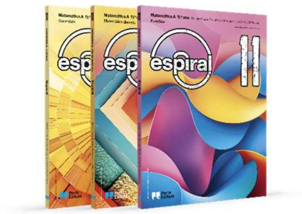
Cada figura é constituída por um quadrado e por parte de um círculo.
Sabe-se que a figura de ordem n é delimitada por um arco de circunferência, de raio n, e por três lados de um quadrado.

6.1. Mostra que o comprimento do arco de circunferência da 8.ª figura é igual a 12π.

6.2. Determina a ordem da figura em que o lado do quadrado mede $\sqrt{288}$.

6.3. Mostra que a medida da área da figura de ordem n é dada pela seguinte expressão:

$$\frac{(3\pi+10)n^2}{4}$$



7. Considera as sucessões (u_n) e (v_n), definidas por $u_n = \frac{3-4n}{2}$ e $v_n = \frac{4}{2^n}$.

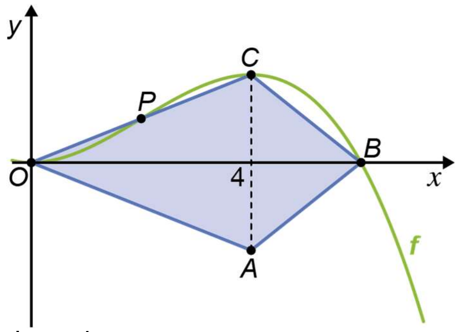
7.1. Mostra que (u_n) é uma progressão aritmética e indica a sua razão.

7.2. Justifica que (v_n) é uma progressão geométrica e define-a por recorrência.

7.3. Escreve uma expressão da soma dos n primeiros termos da sucessão (v_n) e obtém o valor de S (soma de todos os termos).

8. Na figura, estão representados, em referencial o.n. Oxy, parte do gráfico de uma função polinomial do 3.º grau f, de domínio $\mathbb{R}$ e o papagaio $[OABC]$.

Sabe-se que:



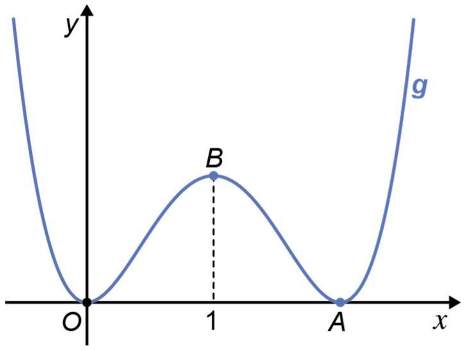
- a função f é definida por $f(x) = -0{,}1x^3 + 0{,}6x^2$;
- a abcissa do ponto B é um zero da função f;
- a ordenada do ponto C é um máximo relativo da função f;
- o ponto A é o simétrico do ponto C relativamente ao eixo das abcissas e tem abcissa 4;
- o ponto P é um ponto de interseção do gráfico da função f com a reta OC.

Determina as coordenadas:

8.1. dos vértices do papagaio;

8.2. do ponto P.

9. Na figura está representada parte do gráfico da função g, uma função quártica, de domínio $\mathbb{R}$.



Atendendo aos dados da figura, qual das seguintes pode ser a expressão analítica da função g?

(A) $g(x) = x^2(x-2)^2$

(B) $g(x) = -x^2(x-2)^2$

(C) $g(x) = x^2(x-1)(x-2)$

(D) $g(x) = x^3(x-2)$

FIM

Cotações

Questões	1.1.	1.2.	2.	3.1.	3.2.	3.3.	4.1.	4.2.	5.1.	5.2.	6.1.	6.2.	6.3.	7.1.	7.2.	7.3.	8.1.	8.2.	9.	Total
Cotação (pontos)	8	12	8	8	12	12	12	12	8	12	10	10	12	10	10	12	12	12	8	200