



# TESTE DE MATEMÁTICA A

11ºano

**Tema(s):** Probabilidades; Limites; Continuidade; Teorema de Bolzano; Derivadas

- Duração: 90 minutos
  - As cotações dos itens encontram-se no final da prova.
  - Material autorizado: caneta azul ou preta, calculadora.
  - Nos itens de escolha múltipla, das quatro alternativas só uma está correta. Assinala com um X a opção correta.
- Para os itens de construção em que for necessária a realização de cálculos ou o desenvolvimento de raciocínios, **apresenta de forma clara todos os passos e justificações necessárias.**

## Questão 1

Um baralho de cartas completo é constituído por 52 cartas, repartidas em quatro naipes (espadas, copas, ouros e paus). Em cada naipe há 13 cartas: um ás, três figuras (rei, dama e valete) e mais nove cartas (do 2 ao 10).

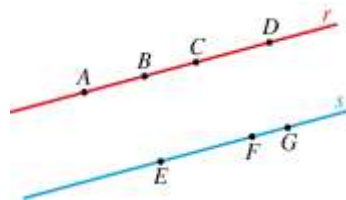
Utilizando apenas o naipe de copas, quantas sequências diferentes de 13 cartas, iniciadas e terminadas com uma carta que não seja figura, é possível construir?

- (A)  $13!$
- (B)  $2 \times 11!$
- (C)  $10 \times 9 \times 11!$
- (D)  $13! \times 2$



## Questão 2

Considere sete pontos, quatro sobre uma reta  $r$  e três sobre uma reta  $s$ , estritamente paralela à reta  $r$ . Quantas circunferências distintas passam por três desses sete pontos?



## Questão 3

Sabendo que

$${}^{n+1}C_1 + {}^{n+1}C_3 + {}^{n+1}C_5 + {}^{n+1}C_7 + {}^{n+1}C_9 = 2^9$$

Qual é o valor de  $n$ ?

- (A) 10
- (B) 9
- (C) 8
- (D) 11

#### Questão 4

Resolva, em  $\mathbb{R}$ , a equação seguinte.

$$x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 4x + 1 = 0$$

#### Questão 5

Seja  $E$  um conjunto finito,  $P$  uma probabilidade em  $P(E)$  e  $A, B \in P(E)$ , tais que  $A$  e  $B$  são acontecimentos independentes.

Prove que:

$$P(\bar{A} \cap \bar{B}) + P(A) \times P(B) = P(B)$$

#### Questão 6

O António necessita de comprar um computador portátil que apenas se pode encontrar disponível para venda em três lojas, que designamos por loja 1, loja 2 e loja 3.

A probabilidade desse computador portátil se encontrar disponível na loja 1 é de 0,8, na loja 2 é de 0,75 e na loja 3 é de 0,9.

O António, habitualmente, gosta de fazer compras na loja 2, pelo que a probabilidade de escolher esta loja é tripla da probabilidade de escolher qualquer uma das outras duas lojas.

O António não encontrou o computador portátil que necessitava.

Qual é a probabilidade de ter escolhido a loja 2?

Apresente o valor pedido na forma de fração irredutível.

#### Questão 7

Um saco tem dez bolas, das quais quatro estão numeradas com o número 1, cinco com o número 2 e uma com o número 3.

Extrai-se, ao acaso, uma bola e, caso tenha um número par, volta-se a colocar no saco e faz-se uma segunda extração. Em contrapartida, caso tenha um número ímpar, extraí-se uma segunda bola do saco sem repor a primeira bola.

Qual é a probabilidade de a segunda bola extraída do saco estar numerada com o número 2?

Apresente o valor pedido na forma de fração irredutível.

### Questão 8

Considere a função  $f$  definida por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 1}{x^2 - 3x + 2} & \text{se } x < 1 \\ \frac{1}{x} - 4 & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$$

e a sucessão  $(u_n)$  definida por

$$u_n = \frac{(n+2)! - (n+1)!}{(n+2)!}$$

Determine  $\lim f(u_n)$ .

### Questão 9

Para que valor de  $k$  a função  $f$  real de variável real definida por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{4x^2 - 16}{x + 2} & \text{se } x < -2 \\ -x + k & \text{se } x \geq -2 \end{cases}$$

é contínua em  $x = -2$ .

(A) -16

(B) -18

(C) 16

(D) -14

### Questão 10

De uma função  $f$  de domínio  $[1, 2]$ , sabe-se que:

- é contínua em todo o seu domínio;
- $\forall_{x \in [1, 2]}, f(x) < 0$ ;
- $f(1) = 3f(2)$ ;

Seja  $g$  a função de domínio  $[1, 2]$  definida por  $g(x) = 2f(x) - f(1)$ .

Prove que a função  $g$  tem pelo menos um zero,

### Questão 11

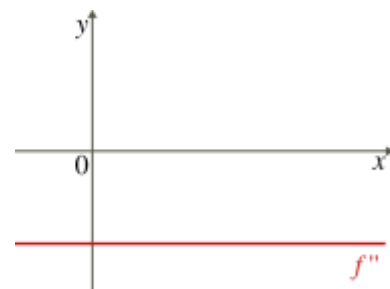
Considere a função  $f$ , de domínio  $\mathbb{R}$ , definida por:

$$f(x) = x^3 - 3x^2 - 24x + 1$$

- Estude  $f$  quanto à monotonia e quanto à existência de extremos relativos.
- Estude  $f$  quanto ao sentido da concavidade do gráfico e quanto à existência de pontos de inflexão.

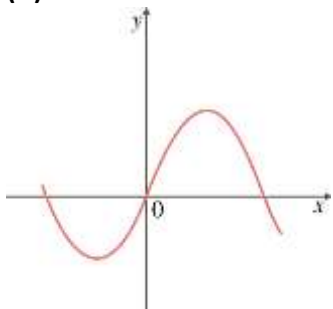
### Questão 12

Na figura ao lado está representado o gráfico de  $f''$ , segunda derivada de uma certa função  $f$ , de domínio  $\mathbb{R}$ .

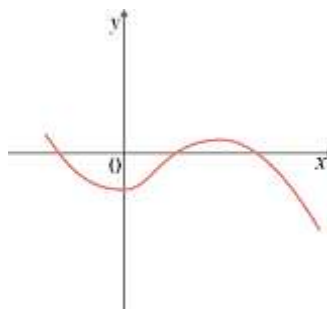


Qual dos gráficos seguintes pode ser o da função  $f$ ?

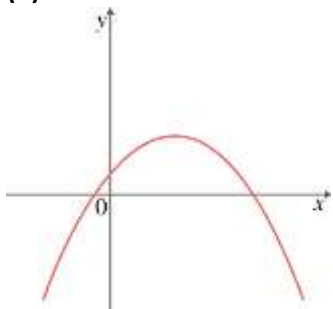
(A)



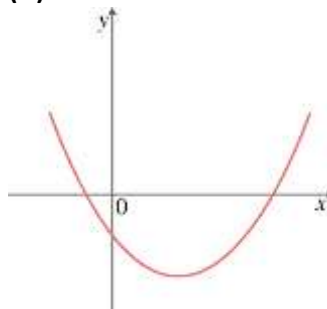
(B)



(C)



(D)



### Questão 13

Seja  $f$  uma função de domínio  $\mathbb{R}$ .

Sabe-se que  $f'(2) = 6$  ( $f'$  designa a derivada de  $f$ ).

Qual é o valor de

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x^2 - 2x}$$

(A) 3

(B) 4

(C) 5

(D) 6

Exame – 2015, Época Especial

FIM