



MINITESTE DE MATEMÁTICA A

12ºano

Tema(s): Números Complexos

- Duração: 45 minutos
- As cotações dos itens encontram-se no final do enunciado da prova.
- É permitido o uso da calculadora.
- Apresenta todos os cálculos que tiveres de efetuar e todas as justificações necessárias.
- Quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresenta sempre o valor exato.

Questão 1

Em \mathbb{C} , conjunto dos números complexos, considere o número w .

$$w_2 = \frac{2e^{i\left(\frac{\pi}{4}\right)} - \sqrt{2}i^{25}}{2+2\sqrt{3}i}$$

Determine w na forma algébrica.

Questão 2

Considera, em \mathbb{C} , conjunto dos números complexos, o número complexo $z = \frac{i^2+i}{2-i}$

No plano complexo, o afixo do número complexo z pertence a uma circunferência de centro O afixo do número 0. Determine o raio dessa circunferência.

Questão 3

Seja \mathbb{C} o conjunto dos números complexos.

Considere os números $z_1 = 1 - 2i$ e $z_2 = a + bi$, sendo a e b números reais.

Determine os valores de a e b de modo que $z_1 \times z_2$ seja um número real e $1 + \frac{z_2}{z_1}$ seja um imaginário puro.

Questão 4

Em \mathbb{C} , conjunto dos números complexos, considere os números complexos z e w tais que, para $\theta \in]0, \frac{\pi}{2}[$:

$$z = e^{-i\theta} \quad \text{e} \quad w = 3e^{i(\pi-\theta)}$$

A que quadrante do plano complexo pertence o afixo do número complexo $\bar{z} + w$

Questão 5

Em \mathbb{C} , conjunto dos números complexos, considere

$$z_0 = 2e^{-i\frac{\pi}{5}}$$

Sabendo que z_0 é uma das raízes quartas de um número complexo w , determina as outras raízes quartas de w e o perímetro do polígono definido no plano complexo pelos afixos das quatro raízes de w .

Questão 6

Em \mathbb{C} , conjunto dos números complexos, considere $z_1 = a - ai$, com $a \in \mathbb{R}^-$ e $z_2 = iz_1$.

No plano complexo, o afixo de z_2 , pertence ao:

- (A) 1º Quadrante (B) 2º Quadrante
(C) 3º Quadrante (D) 4º Quadrante

Questão 7

Em \mathbb{C} , conjunto dos números complexos, considere:

$$z_1 = -3 - \sqrt{3}i \quad \text{e} \quad z_2 = -\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) - i\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)$$

Determine o menor valor de n natural para o qual $(z_1 \times z_2)^n$ é um número real positivo.

Questão 8

Em \mathbb{C} , conjunto dos números complexos, considere os números:

$$z = e^{i\theta} \quad \text{e} \quad w = 2\sin^2\theta \times e^{i\theta}$$

Qual das seguintes expressões representa o número $w - z$?

- (A) $\sin(2\theta) \times e^{i(-\theta)}$ (B) $\cos(2\theta) \times e^{i(-\theta)}$
(C) $\cos(2\theta) \times e^{i(\theta+\pi)}$ (D) $\sin(2\theta) \times e^{i(-\theta)}$