



MINITESTE DE MATEMÁTICA A

12ºano

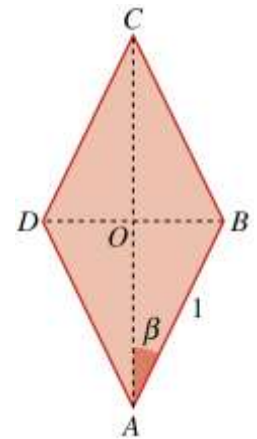
Tema(s): Trigonometria; Função Exponencial

- Duração: 45 minutos
- As cotações dos itens encontram-se no final do enunciado da prova.
- É permitido o uso da calculadora.
- Apresenta todos os cálculos que tiveres de efetuar e todas as justificações necessárias.
- Quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresenta sempre o valor exato.

Questão 1

Na figura está representado o losango $[ABCD]$, assim como as suas diagonais $[AC]$ e $[BD]$, que se intersectam no ponto O .

Sabe-se que a medida do comprimento de cada lado do losango é igual a 1 e que β é a amplitude do ângulo BAO .



- a) Mostre que a área do losango $[ABCD]$ é dada, em função de β , por:

$$A(\beta) = \sin(2\beta), \beta \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[$$

- b) Seja $\theta \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[$, tal que $\sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = \frac{3}{4}$.

Determine o valor exato de $A(\theta)$.

- c) Determine β para o qual a medida da área do losango $[ABCD]$ é máxima.

Questão 2

Calcule cada um dos seguintes limites:

a) $\lim \left(1 - \frac{3}{n+2}\right)^{n+1}$

c) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{e^{x+8} - e^5}{x+3}$

e) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(ax)}{e^x - 1}$

b) $\lim \left(-1 + \frac{4n+4}{2n+1}\right)^{\frac{n}{2}}$

d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - e^x}{x}$

f) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{ae^{x-a} - a}{x^2 - a^2}$

Questão 3

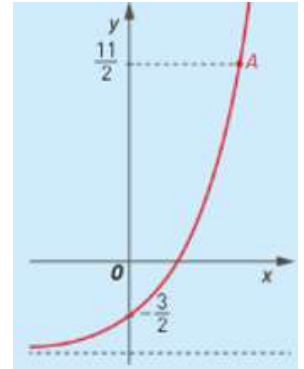
Resolva, em \mathbb{R} , a equação:

$$e^{-x - \frac{1}{3}} = \frac{1}{\sqrt[3]{e^2}}$$

Questão 4

Considere a função real de variável real f tal que $f(x) = 2^x + k$

- Sabendo que $(0, -\frac{3}{2})$ pertence ao gráfico de f , mostre que $k = -\frac{5}{2}$.
- Indica o contradomínio da função.
- Atendendo aos dados da figura, identifica as coordenadas do ponto A (ponto do gráfico de ordenada $\frac{11}{2}$).



Questão 5

Considere a função real de variável real f definida por

$$f(x) = 4e^x - e^x x^2$$

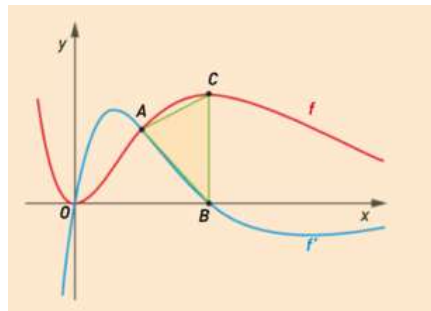
Determina os valores do domínio para os quais:

$$f(x) < 0$$

Questão 6

Considere as funções f e g definida por $f(x) = 3x^2 e^{-x}$ e $g(x) = 6x e^{-x} - 3x^2 e^{-x}$

No referencial da figura estão representadas as funções f e g e um triângulo $[ABC]$.



Sabe-se que:

- O ponto A é um dos pontos de interseção dos gráficos das funções f e g ;
- A abscissa do ponto B é um dos zeros da função g ;
- O ponto C pertence ao gráfico da função f e tem a mesma abscissa do ponto B

Mostre que a área do triângulo $[ABC]$ é igual a $6e^{-2}$

Questão 7

Seja f a função, de domínio \mathbb{R} , definida por $f(x) = a \times 3^{bx}$, onde a e b são números reais não nulos.

Sabe-se que o gráfico de f passa pelos pontos A e B de coordenadas $(-1, 3)$ e $(\frac{1}{3}, 81)$,

respetivamente.

Prove, **sem utilizar a calculadora**, que $\frac{b}{a} = \frac{\sqrt[4]{27}}{36}$.