Novo Espaço – Matemática A, 12.º ano

Apoio à avaliação [janeiro – 2026]

Nome: ____

Ano / Turma: ________ **N.º:** _____ **Data:** ___ - ____ - ___

1. Numa prateleira vão ser colocados, lado a lado, os oito livros de uma coleção, numerados de 1 a 8.

1.1. De quantas maneiras é possível ordenar os livros na prateleira, de modo que os livros com número ímpar fiquem todos juntos?

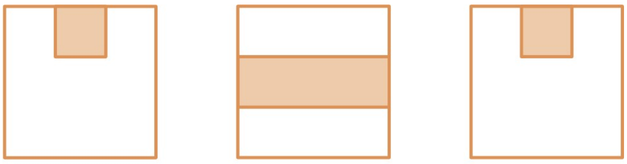
(A) $4!\times 4!$ **(B)** $5!\times 4!$ **(C)** $2\times 4!\times 4!$ **(D)** $2\times 5!\times 4!$

1.2. Considera agora que vão ser emprestados três livros deste conjunto de oito.

Calcula a probabilidade de os três livros emprestados terem todos um número par ou terem todos um número ímpar.

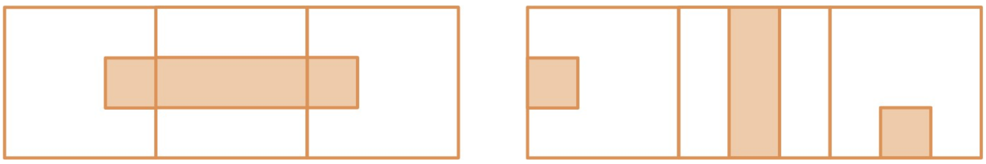
Apresenta o resultado na forma de uma fração irredutível.

2. Num jogo infantil existem três peças quadradas de iguais dimensões: duas iguais com um quadrado pintado e uma terceira peça com um retângulo, não quadrado, pintado, como se constata na figura.



Peça 1 **Peça 2** **Peça 3**

O jogo consiste em colocar as três peças juntas, com a peça 2 no meio. Duas possíveis combinações serão:



2.1. Determina o número de maneiras de as três peças serem dispostas.

2.2. Calcula a probabilidade de, pelo menos, duas regiões pintadas estarem em contacto.

3. Considera a expressão $\left(\sqrt{x}+\dfrac{1}{x}\right)^9$, com $x\neq 0$.

3.1. Determina o termo independente de x.

3.2. Escolhendo dois termos ao acaso do desenvolvimento, qual é a probabilidade de terem os coeficientes iguais?

(A) $\dfrac{1}{{}^{10}A_2}$ **(B)** $\dfrac{5}{{}^{10}A_2}$ **(C)** $\dfrac{1}{{}^{10}C_2}$ **(D)** $\dfrac{5}{{}^{10}C_2}$

4. Seja Ω, conjunto finito, o espaço amostral associado a uma certa experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos ($A,\, B \subset \Omega$).

Sabe-se que $P(B) \neq 0$ e $P(A \mid B) = \frac{1}{2}$.

Mostra que $P\left(A \cup \overline{B}\right) + \frac{1}{2}P(B) = 1$.

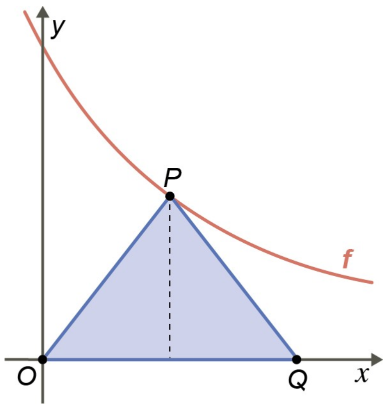
5. Seja f uma função real de variável real, de domínio $]1, +\infty[$, cuja função derivada é definida por $f'(x) = \frac{1}{x-1} + x$.

5.1. Estuda a função f quanto ao sentido das concavidades e existência de pontos de inflexão.

5.2. Considera que a reta de equação $y = 3x - 4$ é tangente ao gráfico da função f num ponto T. Quais são as coordenadas do ponto T?

(A) $(2,\, 2)$ **(B)** $(2,\, 3)$ **(C)** $(3,\, 2)$ **(D)** $(3,\, 3)$

6. Na figura seguinte estão representados, num referencial o.n. Oxy, parte do gráfico da função f, de domínio $\mathbb{R}^+$, definida por $f(x) = \frac{1}{(x+1)^2}$ e o triângulo $[OPQ]$.



Sabe-se que:

- o ponto P desloca-se ao longo do gráfico de f;
- o ponto Q desloca-se ao longo do eixo Ox de modo que $\overline{OP} = \overline{PQ}$.

Seja A a função que, a cada valor da abcissa de P, x, faz corresponder a área do triângulo $[OPQ]$.

6.1. Mostra que a função A pode ser definida por $A(x) = \frac{x}{(x+1)^2}$.

6.2. Estuda a função A quanto à monotonia e calcula o valor máximo que a área do triângulo $[OPQ]$ pode tomar.

7. Seja f uma função, de domínio $\mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{a}\right\}$ definida por $f(x) = \frac{x^2+5}{ax+1}$, com $a, b \in \mathbb{R}$.

Considera que o gráfico da função f admite uma assíntota vertical em $x = -\frac{4}{3}$.

Mostra que a reta de equação $y = \frac{4}{3}x - \frac{16}{9}$ é a assíntota oblíqua ao gráfico de f quando $x \to +\infty$.

8. Considera a função f definida por $f(x) = \begin{cases} x+1 & \text{se } x \leq 0 \\ ax+b & \text{se } 0 < x < 1 \\ 3x & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$.

Sabe-se que é possível aplicar o Teorema de Bolzano-Cauchy para mostrar que a equação $f(x) = \sqrt{5}$ tem uma solução no intervalo $]0, 1[$.

Calcula $f\left(\frac{1}{4}\right)$.

9. Seja h uma função definida por $h(x) = \begin{cases} \sqrt{x+1} & \text{se } x < a \\ x & \text{se } x \geq a \end{cases}$.

Considera $a \in]0,1[$. Sejam:

- A o ponto de coordenadas $\left(a, \sqrt{a+1}\right)$;
- B o ponto do gráfico da função h de abcissa a ;
- O a origem do referencial.

Recorre às capacidades gráficas da calculadora e determina o valor de a para o qual a área do triângulo $[OAB]$ é igual a $\frac{1}{7}$.

Apresenta o resultado arredondado às centésimas.

Na tua resposta:

- apresenta uma equação que te permita obter o valor pedido;
- reproduz, num referencial, o(s) gráfico(s) da(s) função(ões) visualizado(s) na calculadora;
- assinala o ponto cuja abcissa é pedida com valor arredondado às centésimas.

FIM

Cotações

Questões	1.1.	1.2.	2.1	2.2.	3.1.	3.2.	4.	5.1.	5.2.	6.1	6.2.	7.	8	9	Total
Cotação (pontos)	12	14	14	14	14	12	18	14	12	14	14	18	12	18	**200**