

Teste N.º 3

Matemática A

Duração do Teste: 90 minutos

11.º Ano de Escolaridade

Nome do aluno: _____ N.º: ____ Turma: ____

Utilize apenas caneta ou esferográfica de tinta azul ou preta.

Não é permitido o uso de corretor. Risque aquilo que pretende que não seja classificado.

É permitido o uso de calculadora.

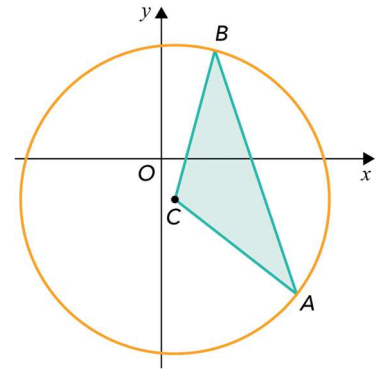
Apresente apenas uma resposta para cada item.

As cotações dos itens encontram-se no final do enunciado.

Na resposta aos itens de escolha múltipla, selecione a opção correta. Escreva, na folha de respostas, o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

Na resposta aos restantes itens, apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias. Quando para um resultado não é pedida a aproximação, apresente sempre o valor exato.

1. Na figura ao lado está representada, em referencial ortonormado Oxy , a circunferência de centro C definida pela equação $(x - 1)^2 + (y + 3)^2 = 130$.



Sabe-se que:

- os pontos A e B pertencem à circunferência;
- $\vec{BC} \cdot \vec{BA} = 180$.

1.1 Determine, sem recorrer à calculadora, o valor da área do triângulo $[ABC]$.

1.2 Seja D ponto pertencente à circunferência, com abscissa positiva e ordenada nula. Escreva a equação reduzida da reta tangente à circunferência no ponto D .

2. Considere, num referencial ortonormado Oxy , a reta r , definida vetorialmente por:

$$(x, y) = (3, 2) + k(-1, 2), k \in \mathbb{R}$$

Qual dos valores seguintes corresponde, em graus e arredondado às unidades, à inclinação da reta r ?

- (A) 34° (B) 63° (C) 117° (D) 146°

3. Considere, num referencial ortonormado $Oxyz$:

- a superfície esférica de centro no ponto C definida pela equação

$$(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 16$$

- o plano α , definido pela condição $2x - y + 2z + 8 = 0$

3.1 Qual das seguintes equações define um plano perpendicular ao plano α que passa no ponto de coordenadas $(-2, 1, -3)$?

- (A) $2x - y + 2z + 10 = 0$ (B) $-2x + y - 3z - 14 = 0$
 (C) $x - 2y - 2z - 2 = 0$ (D) $-2x - 6y - z + 12 = 0$

3.2 Resolva este item sem recorrer à calculadora.

Seja P um ponto tal que o plano α é o plano mediador de $[CP]$.

Determine as coordenadas do ponto P .

4. Considere todos os números de sete algarismos que se podem obter alterando a ordem dos algarismos do número 9 552 048.

Determine quantos desses números são ímpares.

5. Num evento que reúne *startups* e investidores, uma empresa marcou presença com um grupo de 12 colaboradores, dos quais:

- dois pertencem à equipa de cibersegurança;
- quatro pertencem à equipa de engenharia de *software*;
- seis pertencem à equipa de criadores de conteúdo.

5.1 O Rodrigo e o Guilherme são dois destes 12 colaboradores. Pretende-se escolher, entre os 12 elementos, um grupo de quatro pessoas para integrar o painel “Sustentabilidade e Inovação”.

Quantos grupos diferentes podem ser formados, de modo que o Rodrigo e o Guilherme não sejam escolhidos simultaneamente para o painel?

5.2 No final do evento, os 12 colaboradores alinharam-se em fila para uma fotografia oficial.

De quantas maneiras diferentes se podem dispor para a fotografia os 12 colaboradores, de modo que os colaboradores da mesma equipa fiquem juntos?

- (A) 34 560 (B) 69 120 (C) 103 680 (D) 207 360

6. Numa faculdade, os estudantes participam em projetos de investigação ou projetos de sustentabilidade.

Sabe-se que:

- cada estudante participa apenas num tipo de projeto;
- 55% dos estudantes participam nos projetos de investigação.

Para uma apresentação institucional, vão ser selecionados, aleatoriamente, dois estudantes.

Sabe-se que o número de formas de selecionar dois estudantes que participam no mesmo tipo de projeto é 4879.

Determine o número de estudantes que participam nos projetos de sustentabilidade.

7. Uma caixa de acrílico, como a representada na figura, é constituída por 12 divisórias iguais, destinadas a guardar cápsulas de café. Pretende-se distribuir nove cápsulas de café nessa caixa, de modo que cada cápsula ocupe uma única divisória, e que cada divisória não seja ocupada por mais do que uma cápsula.



Sabe-se que quatro cápsulas são vermelhas, indistinguíveis entre si, que três são pretas, também indistinguíveis entre si, que uma cápsula é azul e que outra é cinzenta.

A expressão seguinte permite determinar de quantas maneiras distintas pode ser feita a distribuição dessas nove cápsulas pelas 12 divisórias.

$${}^{12}C_9 \times {}^9A_2 \times {}^7C_4$$

Explique, no contexto descrito, o raciocínio que conduz à expressão apresentada.

8. Seja (u_n) a sucessão definida por recorrência do seguinte modo.

$$\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = 3u_n - n, \quad \forall n \geq 1 \end{cases}$$

Seja (v_n) a sucessão de termo geral $v_n = 5 + 2n$.

Em qual das seguintes opções se encontra o valor de n para o qual se tem $v_n = u_3$?

- (A) 4 (B) 5 (C) 10 (D) 14

9. Seja (u_n) uma progressão aritmética, de termos positivos, tal que:

$$u_9 - u_3 = 12 \text{ e } u_3 \times u_9 = 160$$

Sabe-se que 172 é termo da sucessão (u_n) .

Determine a ordem desse termo.

10. Seja (v_n) uma progressão geométrica.

Sabe-se que $v_2 = 4$ e que $v_7 = 128$.

Qual é o valor de v_4 ?

- (A) 8 (B) 16 (C) 32 (D) 40

FIM

COTAÇÕES

Item													
Cotação (em pontos)													
1.1	1.2	2.	3.1	3.3	4.	5.1	5.2	6.	7.	8.	9.	10.	Total
18	20	10	10	18	20	20	10	18	18	10	18	10	200