

MAXIMO
MACS

10

Proposta de teste de avaliação

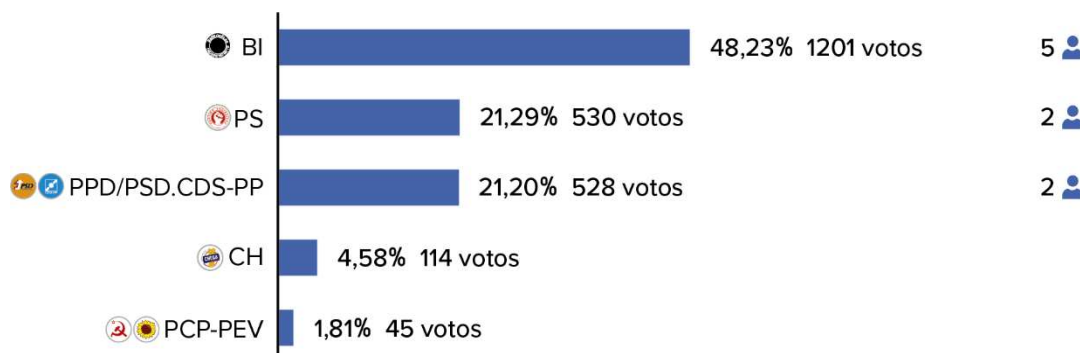
MACS

10.º ANO DE ESCOLARIDADE

Duração: 100 minutos | **Data:**

Proposta de teste de avaliação – MACS 10.º ano

1. A seguir apresentam-se os resultados nas eleições autárquicas 2025 para a Assembleia de Freguesia de Barroselas do concelho de Viana do Castelo.



Disponível em autarquicas2025.mai.gov.pt
[consult. out 2025]

Nesta freguesia, existem 9 lugares/mandatos disponíveis na assembleia, que foram distribuídos da forma indicada: 5 lugares para a lista BI, 2 para a lista PS e 2 para a lista PPD/PSD.CDS-PP.

O número de votos validamente expressos (número de votos excluindo os votos em branco ou nulos) foi 2418. Atendendo aos dados apresentados, responda às questões que se seguem.

- 1.1. O número total de votantes na eleição foi, aproximadamente:

(A) 2418 (B) 2440 (C) 2468 (D) 2490

- 1.2. Nesta eleição, a percentagem de votos em branco ou nulos, com aproximação às unidades, foi:

(A) 2,1% (B) 2,9% (C) 3,1% (D) 3,2%

- 1.3. Os lugares na assembleia de freguesia foram distribuídos por aplicação do método de Hondt:

“O número de votos apurados por cada lista é dividido, sucessivamente, por 1, 2, 3, 4, 5, ..., p , sendo os quocientes alinhados pela ordem decrescente da sua grandeza numa série de tantos termos quantos os mandatos atribuídos à lista respetiva; os mandatos pertencem às listas a que correspondem os termos da série estabelecida pela regra anterior, recebendo cada uma das listas tantos mandatos quantos os seus termos na série. Em caso de empate, o mandato é atribuído à lista menos votada.”

Um comentador político local afirmou que caso o número total de lugares fosse 10, a lista que ficou em 4.º lugar (lista CH) continuaria a não ter direito a 1 desses lugares, mas caso o método fosse outro havia essa possibilidade. O comentador apresentou o seguinte método como alternativa ao de Hondt.

- 1.º passo: Calcular o divisor-padrão, ou seja, o quociente do número total de **votos validamente expressos** pelo número de lugares a distribuir.
- 2.º passo: Calcular a quota-padrão de cada lista dividindo o número de votos de cada lista pelo divisor-padrão.
- 3.º passo: Atribuir a cada lista um número de lugares igual à parte inteira da quota-padrão.
- 4.º passo: Atribuir os lugares que sobram, um a um, às listas cuja quota-padrão tem maior parte decimal.

Proposta de teste de avaliação – MACS 10.º ano

Verifique se o comentador tem ou não razão.

Na sua resposta apresente:

- a distribuição dos 10 lugares segundo o método de Hondt (com os quocientes arredondados às unidades);
- a distribuição dos 10 lugares segundo o método proposto pelo comentador (sempre que necessário, conserve quatro casas decimais);
- uma conclusão de acordo com os resultados obtidos.

2. A escola das Macieiras é famosa por organizar uma feira medieval que atrai muitos alunos e familiares. No último ano, foi organizado um concurso para eleger a melhor barracquinha da feira. As três barracquinhas finalistas do concurso, escolhidas pelos alunos e familiares, foram a da turma 10.º A (A), a da turma 11.º E (E) e a da turma 11.º C (C). Todos os visitantes da feira votaram, cada um deles, numa lista de preferências constituída pelas três barracquinhas candidatas.

A Figura 1 apresenta os resultados dos 354 votos validamente expressos.

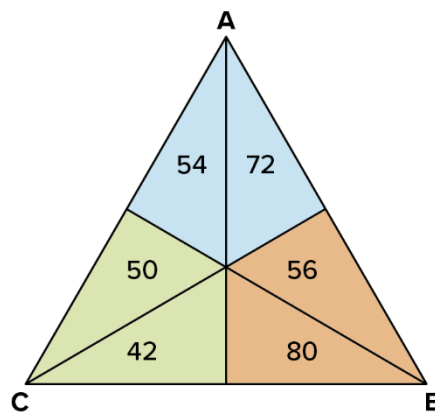


Figura 1

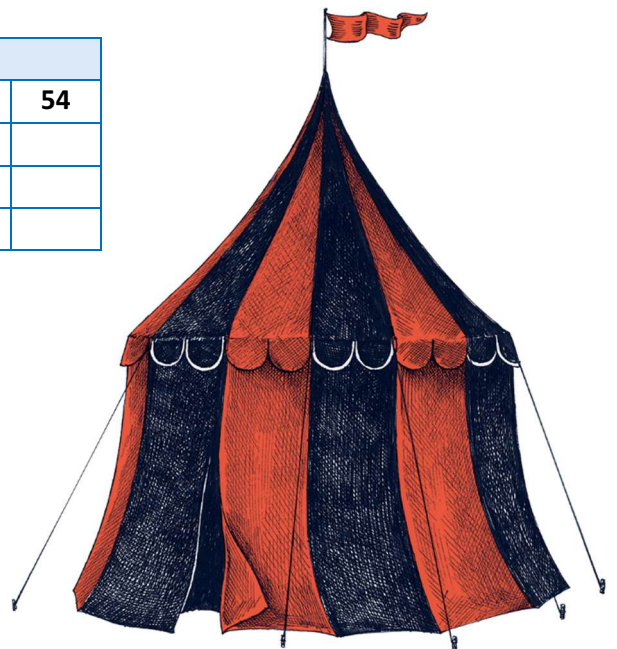
De acordo com a **Figura 1**, 72 dos votantes preferem a barracquinha A, seguida da E e, por fim, a C, pois o número 72 está numa região do triângulo cujo vértice mais próximo é o A, seguindo-se o E e, finalmente, o C.

- 2.1. Concluída a votação, os resultados foram registados numa tabela semelhante à **Tabela 1**, que se apresenta parcialmente preenchida.

Preferência	Número de votos					
	72	56	80	42	50	54
1. ^a	A		E			
2. ^a	E		C			
3. ^a	C		A			

Tabela 1

Complete a tabela.



Proposta de teste de avaliação – MACS 10.º ano

2.2. A escolha da melhor barraquinha da feira resultou da aplicação do método a seguir descrito.

- São atribuídos pontos a cada uma das barraquinhas em função do seu lugar na ordem da lista de preferências. Cada barraquinha recebe:
 - cinco pontos por cada voto na primeira preferência;
 - três pontos por cada voto na segunda preferência;
 - um ponto por cada voto na terceira preferência.
- Contabiliza-se a pontuação total de cada uma das barraquinhas. A mais pontuada é eleita vencedora.

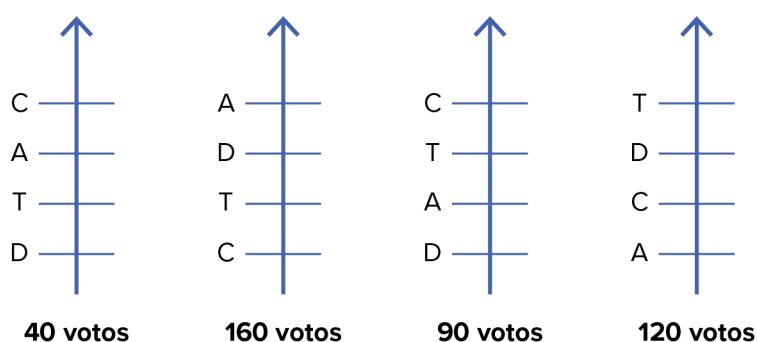
Determine qual das barraquinhas foi eleita como a melhor da feira medieval por aplicação do método descrito.

3. Numa escola secundária, o tema para o Festival de Cinema Escolar deste ano vai ser escolhido pelos alunos, de entre os seguintes: Comédia (C), Drama (D), Aventura (A) e Terror (T).

Cada aluno deve ordenar, uma única vez, os quatro géneros, de acordo com as suas preferências.

A ordenação efetuada por cada aluno corresponde a um voto. Foram apurados 410 votos válidos.

Na figura seguinte encontram-se organizados os resultados obtidos, tendo-se obtido quatro configurações diferentes das preferências dos votantes.



O tema vencedor é apurado através do método a seguir descrito.

- Seleciona-se um par de temas e atribui-se o número de votos registados em cada configuração ao tema mais bem posicionado, de entre os dois selecionados.
- Comparam-se os votos obtidos por esses dois temas. O tema com o maior número de votos é o vencedor do par escolhido.
- Repetem-se os pontos anteriores até um dos temas ter vencido as comparações com os restantes temas. Esse tema será o vencedor.

Um aluno afirmou:

O tema vencedor seria diferente se a escolha fosse feita por maioria simples, tendo-se em conta apenas a percentagem de votos da primeira preferência.

Mostre que a afirmação do aluno tem fundamento.



Proposta de teste de avaliação – MACS 10.º ano

4. No ano de 2025, a Rede Nacional de Clubes de Ciência conta com 260 alunos participantes, distribuídos por quatro clubes: A, B, C e D.

A tabela seguinte apresenta o número de participantes em cada clube:

Clube	A	B	C	D
Número de participantes	96	68	36	60

Para garantir a representatividade de todos os clubes, os **oito lugares** no Conselho de Inovação Científica Jovem são atribuídos de acordo com o número de participantes em cada clube.

Admita que os lugares no Conselho serão apurados usando o método a seguir descrito.

- Calcula-se o divisor-padrão, dividindo-se o número total de praticantes pelo número de lugares.
- Calcula-se a quota-padrão para cada um dos clubes, dividindo-se o número de participantes de cada clube pelo divisor-padrão.
- Se a quota-padrão é um número inteiro, atribui-se ao clube um número de lugares igual a essa quota.
- Se a quota-padrão não é um número inteiro, calcula-se $\sqrt{L \times (L+1)}$, sendo L o maior número inteiro menor do que a quota-padrão.
- Se a quota-padrão é menor do que $\sqrt{L \times (L+1)}$, atribui-se a cada clube uma quota arredondada igual ao maior número inteiro menor do que a quota-padrão; se a quota-padrão é maior do que $\sqrt{L \times (L+1)}$, atribui-se a cada clube uma quota arredondada igual ao resultado da adição de 1 com o maior número inteiro menor do que a quota-padrão.
- Caso a soma das quotas-padrão arredondadas seja igual ao número de lugares a distribuir, o método dá-se por finalizado e assume-se que o número de lugares para cada clube é igual à quota-padrão arredondada; caso a soma das quotas-padrão arredondadas seja diferente do número de lugares a distribuir, é necessário encontrar um divisor modificado, substituto do divisor-padrão, de modo a calcular a quota modificada de cada clube.
- Repetem-se os pontos anteriores até se obter a soma das quotas-padrão modificadas igual ao número de lugares a distribuir.

Faça corresponder a cada elemento da **coluna I** um ou vários elementos da **coluna II** de modo a obter afirmações verdadeiras. Na sua folha de resposta escreva a letra da coluna I seguida dos números correspondentes da coluna II.

Coluna I	Coluna II
(a) Clube A	(1) Tem uma quota-padrão igual a 2,0923.
(b) Clube B	(2) Fica com 2 lugares.
(c) Clube C	(3) Fica com 3 lugares.
(d) Divisor-padrão	(4) Fica com 1 lugar.
(e) Quota-padrão do clube D	(5) Fica com o menor número de lugares.
	(6) Igual a 32,5.
	(7) Tem uma quota-padrão igual a 2,0614.
	(8) Fica com 4 lugares.
	(9) Igual a 1,1077.
	(10) Igual a 1,8462.

Proposta de teste de avaliação – MACS 10.º ano

5. A Rita e o Tomás são dois jovens chefes do clube de culinária da escola. Como prémio por terem vencido um concurso gastronómico, receberam os seguintes itens: uma batedeira elétrica, uma balança digital, um conjunto de facas profissionais e um livro de receitas *gourmet*. Para partilharem os quatro itens do prémio, vão utilizar o método do ajuste na partilha, procedendo da forma descrita a seguir.

1.º passo: Cada interveniente, secretamente, atribui pontos a cada um dos bens, de modo que o total dos seus pontos seja 100.

2.º passo: Cada bem é destinado, temporariamente, ao interveniente que mais o valoriza.
Em caso de empate, esse bem será atribuído ao interveniente que tiver menos pontos.

3.º passo: Determina-se o total de pontos do(s) bem(ns) temporariamente destinado(s) a cada um dos intervenientes. Seja A o interveniente com o total de pontos mais elevado e seja B o outro interveniente.

4.º passo: Procede-se ao ajuste da partilha, de modo que os dois intervenientes fiquem com número igual no total de pontos, através da partilha de um dos bens. O bem a partilhar é, de entre os atribuídos ao interveniente A, aquele que tiver menor diferença de pontos atribuídos. Os outros bens ficam definitivamente atribuídos a cada um dos intervenientes.

– Representa-se o total final de pontos a atribuir ao interveniente A pela diferença entre o total temporário dos seus pontos e x por cento dos pontos por ele atribuídos ao bem a partilhar.

– Representa-se o total final de pontos a atribuir ao interveniente B pela soma do total temporário dos seus pontos com x por cento dos pontos por ele atribuídos ao bem a partilhar.

– Igualam-se os dois totais finais, de modo a determinar o valor de x com o qual a partilha ficará equilibrada.

5.º passo: O interveniente B fica com o(s) bem(ns) a si destinado(s) e x por cento da utilização do bem a partilhar, e o interveniente A fica com o restante.

As avaliações dos itens a partilhar encontram-se na tabela seguinte:

	Batedeira	Balança	Facas	Livro
Rita	38	20	36	6
Tomás	36	30	24	10

Em cálculos intermédios, se tiver de proceder a arredondamentos, conserve duas casas decimais.

5.1. Refira qual é a atribuição inicial (temporária) dos itens do prémio e calcule quantos pontos tem cada um dos chefes.

5.2. Determine a partilha dos itens do prémio.

Na sua resposta deve:

- indicar o item a utilizar no ajuste da partilha;
- apresentar a equação que traduz o equilíbrio da partilha e resolvê-la;
- provar que, com a solução encontrada (valor em percentagem arredondado às décimas), ambos os intervenientes ficam com igual total de pontos (arredondado às unidades);
- indicar o número de dias por ano (365 dias) que cada um dos intervenientes fica com o item a partilhar.

Proposta de teste de avaliação – MACS 10.º ano

6. Depois do torneio Interturmas, os representantes das quatro equipas finalistas costumam repartir os prémios simbólicos que sobram, como bolas, medalhas e equipamentos. Admita que os capitães A, B, C e D vão aplicar o método dos marcadores para dividir 20 prémios de valor semelhante. Para isso, começaram por colocar os prémios aleatoriamente em linha e atribuíram um número a cada um deles. De seguida cada um dos capitães escreveu num pedaço de papel a sua inicial (A, B, C ou D) e um número de 1 a 3 em índice, para indicar quais eram os seus primeiro, segundo e terceiro marcadores. Cada um colocou os seus marcadores da forma que entendia ser justa:

- o capitão A colocou os marcadores imediatamente a seguir aos prémios 3, 8 e 10;
- o capitão B colocou os marcadores imediatamente a seguir aos prémios 4, 10 e 17;
- o capitão C colocou os marcadores imediatamente a seguir aos prémios 5, 13 e 17;
- o capitão D colocou os marcadores imediatamente a seguir aos prémios 7, 12 e 16.

Parte-se do prémio mais à esquerda, até se encontrar o primeiro marcador. O capitão que colocou esse marcador fica com todos os prémios à esquerda do mesmo. Esse capitão já tem a sua parte.

De seguida, percorre-se a linha de prémios, sempre da esquerda para a direita, até se encontrar o segundo marcador de um dos outros três capitães. O capitão que colocou esse marcador fica com os prémios compreendidos entre os seus primeiro e segundo marcadores.

De modo análogo, percorre-se novamente a linha de prémios até se encontrar o terceiro marcador de um dos outros dois capitães. O capitão que colocou esse marcador fica com os prémios compreendidos entre os seus segundo e terceiro marcadores.

O capitão que resta fica com todos os prémios situados à direita do seu terceiro marcador.

Se sobrarem prémios, estes serão atribuídos por sorteio.

Complete o texto seguinte, selecionando a opção adequada a cada espaço. Escreva cada um dos números, I, II, III e IV, seguido da opção a), b) ou c) correspondente. A cada espaço corresponde uma só opção.

Por aplicação do método, o primeiro marcador a ser encontrado é o do capitão I, sendo que o marcador mais à direita na linha de prémios é dos capitães II.

O capitão B fica com os prémios números III, enquanto os prémios que serão sorteados são os que têm os números IV.

I	II	III	IV
a) A	a) B e D	a) 5 a 10	a) 18, 19 e 20
b) C	b) A, B e D	b) 13 a 16	b) 4, 10, 11 e 13
c) D	c) B e C	c) 6 a 11	c) 4, 11, 12 e 17

Cotações

Item	1.1.	1.2.	1.3.	2.1.	2.2.	3.	4.	5.1.	5.2.	6.	Total
Cotação	12	12	28	16	22	28	24	14	28	16	200

Proposta de teste de avaliação – MACS 10.º ano

Proposta de resolução

1.1. Opção correta: (D)

1201votos ----- 48,23%

x ----- 100%

$$x = \frac{1201 \times 100}{48,23} = 2490 \text{ votos}$$

1.2. Opção correta: (B)

$100\% - (48,23\% + 21,29\% + 21,20\% + 4,58\% + 1,81\%) = 2,89\%$

1.3. Método de Hondt:

	BI	PS	PPD/PSD.CDS	CH	PCP-PEV	
Divisores	1	1201	530	528	114	45
	2	601	265	264	57	23
	3	400	177	176	38	15
	4	300	133	132	29	11
	5	240	106	106	23	9
	6	200	88	88	19	8
	7	172	76	75	16	6
	8	150	66	66	14	6
	9	133	59	59	13	5
	10	120	53	53	11	5

Distribuição dos 10 lugares:

BI: 6; PS: 2; PPD/PSD.CDS-PP: 2; CH: 0; PCP-PEV: 0

Método proposto pelo comentador (Método de Hamilton):

Divisor-padrão: 241,8000

Lista	Número de votos	Quota-padrão	Quota inferior	Parte decimal da quota-padrão	N.º de lugares extra	Total a atribuir
BI	1201	4,9669	4	0,9669	1	5
PS	530	2,1919	2	0,1919		2
PPD/PSD.CDS-PP	528	2,1836	2	0,1836		2
CH	114	0,4715	0	0,4715	1	1
PCP-PEV	45	0,1861	0	0,1861		0
Total	2418		8			10

Distribuição dos 10 lugares:

BI: 5; PS: 2; PPD/PSD.CDS-PP: 2; CH: 1; PCP-PEV: 0

Proposta de teste de avaliação – MACS 10.º ano

De facto, o comentador tem razão. Com a aplicação do método de Hondt, a lista CH continua a não ter direito a lugares, mas pelo método proposto passa a ter 1 lugar.

2.1.

Preferência	Número de votos					
	72	56	80	42	50	54
1. ^a	A	E	E	C	C	A
2. ^a	E	A	C	E	A	C
3. ^a	C	C	A	A	E	E

2.2.

A: $72 \times 5 + 56 \times 3 + 80 \times 1 + 42 \times 1 + 50 \times 3 + 54 \times 5 = 1070$ pontos

E: $72 \times 3 + 56 \times 5 + 80 \times 5 + 42 \times 3 + 50 \times 1 + 54 \times 1 = 1126$ pontos

C: $72 \times 1 + 56 \times 1 + 80 \times 3 + 42 \times 5 + 50 \times 5 + 54 \times 3 = 990$ pontos

Vencedor: Barraquinha da turma 11.º E com 1126 pontos.

3.

C vs. A C: $40 + 90 + 120 = 250$ votos A: 160 votos Ganha C

C vs. T C: $40 + 90 = 130$ votos T: $160 + 120 = 280$ votos Ganha T

C vs. D C: $40 + 90 = 130$ votos D: $160 + 120 = 280$ votos Ganha D

A vs. T A: $40 + 160 = 200$ votos T: $90 + 120 = 210$ votos Ganha T

T vs. D T: $40 + 90 + 120 = 250$ votos D: 160 votos Ganha T

A vs. D A: $40 + 160 + 90 = 290$ votos D: 120 votos Ganha A

O tema T (Terror) vence as comparações com os restantes três temas, logo pelo método descrito pode ser considerado o vencedor.

Se a escolha fosse feita por maioria simples, tendo-se em conta apenas a percentagem de votos da primeira preferência o vencedor seria o tema A (com, aproximadamente, 39% dos votos), logo a afirmação do aluno tem fundamento.

A: $\frac{160}{410} \approx 39,0\%$; C: $\frac{40 + 90}{410} \approx 31,7\%$; T: $\frac{120}{410} \approx 29,3\%$; D: 0%

4.

Divisor-padrão: 32,50

Clube	Número de participantes	Quota-padrão	L	(L+1)	$\sqrt{L \times (L+1)}$	Distribuição
A	96	2,9538	2	3	2,4495	3
B	68	2,0923	2	3	2,4495	2
C	36	1,1077	1	2	1,4142	1
D	60	1,8462	1	2	1,4142	2
Total	260					8

Proposta de teste de avaliação – MACS 10.º ano

(a) – (3); (b) – (1), (2); (c) – (4), (5); (d) – (6); (e) – (10)

5.1.

Rita: bateadeira e facas ($38 + 36 = 74$ pontos) → interveniente A

Tomás: balança e livro ($30 + 10 = 40$ pontos) → interveniente B

5.2.

Bateadeira: $38 - 36 = 2$

Facas: $36 - 24 = 12$

Bem a partilhar: bateadeira

Enão, a igualdade que traduz um equilíbrio é a seguinte: $74 - 38 \frac{x}{100} = 40 + 36 \frac{x}{100}$, em que x representa a percentagem do bem a partilhar.

Resolve-se a equação:

$$74 - 38 \frac{x}{100} = 40 + 36 \frac{x}{100} \Leftrightarrow -38 \frac{x}{100} - 36 \frac{x}{100} = 40 - 74 \Leftrightarrow -74 \frac{x}{100} = -34 \Leftrightarrow -74x = -3400 \Leftrightarrow x = \frac{3400}{74}$$

Então $x \approx 45,9\%$.

Assim, o Tomás fica com a balança, o livro e, aproximadamente, 45,9% da bateadeira. Já a Rita fica com as facas e, aproximadamente, $100\% - 45,9\% = 54,1\%$ da bateadeira.

Repare que, como uma bateadeira é um item indivisível, pode efetuar-se essa partilha em termos de dias de utilização por ano.

Tomás: $0,459 \times 365 = 168$ dias

Rita: $0,541 \times 365 = 197$ dias

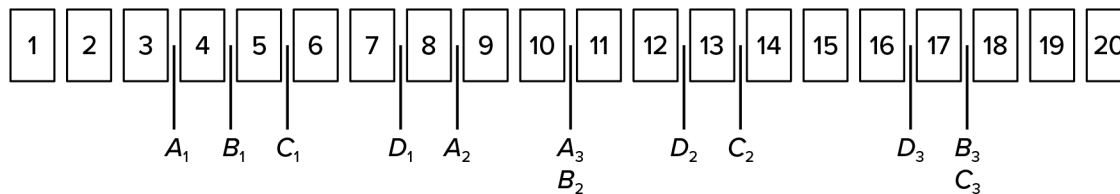
Verificação das pontuações finais:

Tomás: $30 + 10 + 0,459 \times 36 \approx 57$ pontos

Rita: $36 + 0,541 \times 38 \approx 57$ pontos

Os intervenientes terminam com o mesmo número de pontos.

6.



- Capitão A fica com: 1, 2 e 3
- Capitão B fica com: 5, 6, 7, 8, 9 e 10
- Capitão C fica com: 18, 19 e 20
- Capitão D fica com: 13, 14, 15 e 16

Sobram os prémios 4, 11, 12 e 17.

I – a); II – c); III – a); IV – c)