1.1. $^5A_4 = 120$

É possível formar 120 sequências diferentes.

1.2. $4 \times {}^5A_3 = 240$

240 sequências diferentes.

2.1. Opção **(A)**

2.2. A Clara e a Joana vão para a plateia e o Vítor para a bancada.

Dos restantes três amigos dois vão para a plateia e um para a bancada.

O que for para a bancada pode permutar com o Vítor.

Assim: $^3C_2 \times 2 = 6$

3.1. Opção **(A)**

3.2. Se se retirar, ao acaso, uma bola do pote com número ímpar $(1, 3 \text{ ou } 5)$, lança-se o dado cúbico, e se sair um número par (que só poderá ser 2 ou 4), lança-se o dado tetraédrico.

Assim a probabilidade de os dois números serem iguais será:

$$\frac{1}{5} \times \frac{1}{6} \times 3 + \frac{1}{5} \times \frac{1}{4} \times 2 = \frac{1}{5}$$

4. O número de casos possíveis é $^{10}C_2 = 45$.

O número de casos favoráveis é $^2C_2 + {}^3C_2 = 1 + 3 = 4$.

Logo, a probabilidade pedida é $\frac{4}{45}$.

5.1. $\frac{4}{9} \times 162 = 72$ (número de rapazes)

Como $\frac{3}{4}$ dos rapazes prefere Praga, então: $\frac{3}{4} \times 72 = 54$

Há 54 rapazes que preferem Praga.

5.2. Seja F o acontecimento:

"O estudante escolhido é do sexo feminino."

Seja V o acontecimento:

"O destino preferido para a viagem de finalistas é Viena."

Considere-se a tabela de dupla entrada:

	V	$\overline{V}$	Total
F			
$\overline{F}$	$0{,}25\times\frac{4}{9}$		$\frac{4}{9}$
Total			1

Completando a tabela a partir da informação dada, tem-se:

	V	$\overline{V}$	Total
F	$\frac{1}{2}\times\frac{5}{9}=\frac{5}{18}$	$\frac{1}{2}\times\frac{5}{9}=\frac{5}{18}$	$1-\frac{4}{9}=\frac{5}{9}$
$\overline{F}$	$0{,}25\times\frac{4}{9}=\frac{1}{9}$	$\frac{4}{9}-\frac{1}{9}=\frac{1}{3}$	$\frac{4}{9}$
Total	$\frac{5}{18}+\frac{1}{9}=\frac{7}{18}$	$\frac{5}{18}+\frac{1}{3}=\frac{11}{18}$	1

Assim, a probabilidade pedida é dada pela expressão:

$$P(F\mid V)=\frac{P(F\cap V)}{P(V)}=\frac{\frac{5}{18}}{\frac{7}{18}}=\frac{5}{7}$$

6. Opção **(C)**

Probabilidade pedida: $\frac{{}^{8}C_3-2\times{}^{4}C_3}{{}^{8}C_3}$

7. Opção **(C)**

O penúltimo elemento da linha anterior é igual ao 2.º elemento dessa linha, ou seja,

${}^{2025}C_1=2025$

8. Seja $p \in \{0,1,2,\ldots,11,12\} \wedge k \in \mathbb{R}$

O termo independente deste desenvolvimento resulta da relação:

$${}^{12}C_p \times x^{12-p} \times \left(x^{-\frac{1}{2}}\right)^p = k \times x^0$$

Desenvolvendo o 1.º membro:

$${}^{12}C_p \times x^{12-p} \times \left(x^{-\frac{1}{2}}\right)^p = {}^{12}C_p \times x^{12-p-\frac{p}{2}}$$

Logo:

$$12 - p - \frac{p}{2} = 0 \wedge {}^{12}C_p = k \Leftrightarrow p = 8 \wedge k = {}^{12}C_8$$

O termo independente do desenvolvimento é 495 .

9. $1 - P\left(\overline{A} \cup B\right) = P\left(\overline{\overline{A} \cup B}\right) = P(A \cap \overline{B})$ **(1)**

$P\left(\overline{B}\right) \times P\left(A \mid \overline{B}\right) = P\left(\overline{B}\right) \times \dfrac{P\left(A \cap \overline{B}\right)}{P\left(\overline{B}\right)} = P(A \cap \overline{B})$ **(2)**

De **(1) e (2)** resulta que: $1 - P\left(\overline{A} \cup B\right) = P\left(\overline{B}\right) \times P\left(A \mid \overline{B}\right)$

10. A probabilidade de as duas bolas serem da mesma cor é igual à probabilidade de serem ambas brancas ou ambas pretas, ou seja:

$$P(\text{"Serem da mesma cor"}) = \frac{n \times (n-1)}{(2n+1) \times 2n} + \frac{(n+1) \times n}{(2n+1) \times 2n} = \frac{(n-1)}{(2n+1) \times 2} + \frac{(n+1)}{(2n+1) \times 2} = \frac{n}{2n+1}$$

Assim:

$$\frac{n}{2n+1} = \frac{11}{23} \Leftrightarrow n = 11$$