

Exercício 1

Na figura está representado um quadrado $[ABCD]$ cujo perímetro é 16.

O ponto E pertence ao lado $[BC]$ e sabe-se que $\tan \alpha = \frac{2}{3}$.

- Determina:
- a) $\cos \alpha$
 - b) o perímetro do trapézio $[AECD]$



Retirado do Manual "Novo Espaço" da Porto Editora

a) $P = 16 \rightarrow AB = \frac{16}{4} = 4$

$\tan \alpha = \frac{BE}{AB}$

$\frac{2}{3} = \frac{BE}{4}$

$\Rightarrow BE = \frac{12}{8}$

$\Rightarrow BE = \frac{3}{2}$

Relo T.P.

$AE^2 = AB^2 + BE^2$

$\Rightarrow AE^2 = 4^2 + (\frac{3}{2})^2$

$\Rightarrow AE^2 = \frac{73}{4}$

Como AE é um comprimento

$AE = \sqrt{\frac{73}{4}}$

$\Rightarrow AE = \frac{\sqrt{73}}{2}$

$\cos \alpha = \frac{AB}{AE} = \frac{4}{\frac{\sqrt{73}}{2}} = \frac{8\sqrt{73}}{73}$

b) $P = AB + EC + CD + DA$

$= \frac{\sqrt{73}}{2} + (4 - \frac{3}{2}) + 4 + 4$

$= \frac{\sqrt{73} + 21}{2}$

Exercício 2

Na figura está representado um trapézio retângulo $[ABCD]$.

De acordo com os dados da figura, determina:

- a) as razões trigonométricas do ângulo β ;
- b) a amplitude de β , em graus, arredondada às décimas.



Retirado do Manual "Novo Espaço" da Porto Editora

a)

Relo T.P.

$AD^2 = 1^2 + 2^2$

$AD = 5$

Como $AD > 0$

$AD = \sqrt{5}$

$\sin \beta = \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$

$\cos \beta = \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$

$\tan \beta = \frac{2}{1} = 2$

b) $\sin \beta = \frac{2\sqrt{5}}{5}$

$\Rightarrow \beta = \sin^{-1}(\frac{2\sqrt{5}}{5}) = 63,4^\circ$

Exercício 3

Na figura está representado um trapézio retângulo $[ABCD]$, sendo $[ABCD]$ um quadrado e α a amplitude do ângulo CBE .

Sabe-se que $\sin \alpha = \frac{2}{5}$ e $BC = 6$ cm.

Determina o perímetro do trapézio.



Retirado do Manual "Novo Espaço" da Porto Editora

$\sin \alpha = \frac{CE}{BC}$

$\Rightarrow \frac{2}{5} = \frac{CE}{6}$

$\Rightarrow CE = \frac{12}{5}$

$\Rightarrow CE = 4$

Relo T.P.

$ED^2 = 4^2 + 2^2$

$ED^2 = 20$

Como $ED > 0$

$ED = \sqrt{20}$

$\Rightarrow ED = 2\sqrt{5}$

$20 \sqrt{2}$

$20 \sqrt{2}$

$20 \sqrt{2}$

$P = 6 + 4 + 4 + 4 + 2\sqrt{5}$

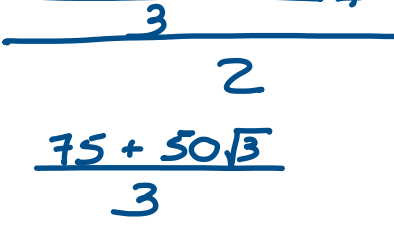
$= 18 + 2\sqrt{5}$

Exercício 4

Observa o trapézio $[ABCD]$ representado na figura.

Sabe-se que:

- $[BCEF]$ é um quadrado;
- $BC = 5$
- $\angle BAF = 30^\circ$
- $\angle EDC = 60^\circ$



Retirado do Manual "Novo Espaço" da Porto Editora

a)

$\tan 30 = \frac{5}{AB}$

$\Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{5}{AB}$

$\Rightarrow AB = \frac{15}{3}$

$\Rightarrow AB = 5\sqrt{3}$

$\tan 60 = \frac{5}{CD}$

$\Rightarrow \sqrt{3} = \frac{5}{CD}$

$\Rightarrow CD = \frac{5\sqrt{3}}{3}$

$BC = 5\sqrt{3} + 5 + \frac{5\sqrt{3}}{3}$

$= \frac{20\sqrt{3} + 15}{3}$

$b = 5$

$h = 5$

$A = \frac{\frac{20\sqrt{3} + 15}{3} + 5}{2} \times 5$

$= \frac{75 + 50\sqrt{3}}{3}$

b)

$\sin 30 = \frac{5}{AF}$

$\Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{5}{AF}$

$\Rightarrow AF = 10$

$\sin 60 = \frac{5}{DE}$

$\Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{5}{DE}$

$\Rightarrow DE = \frac{10\sqrt{3}}{3}$

$P = 5\sqrt{3} + 5 + \frac{5\sqrt{3}}{3} + \frac{10\sqrt{3}}{3} + 5 + 10$

$= \frac{30\sqrt{3}}{3} + 20 = 20 + 10\sqrt{3}$

Exercício 5

Observa a figura.

Em relação ao triângulo $[ABC]$, sabe-se que:

- $AC = 15$ m
- $\angle B = 80^\circ$
- $\angle C = 60^\circ$



Determina, em metros, AB e BC .

Apresenta os resultados arredondados às décimas.

Retirado do Manual "Novo Espaço" da Porto Editora



$\sin 60 = \frac{h}{15}$

$\Rightarrow h = 15 \sin 60$

$\cos 60 = \frac{a}{15}$

$\Rightarrow a = 15 \cos 60$

$\tan 80 = \frac{h}{b}$

$\Rightarrow \tan 80 = \frac{15 \sin 60}{b}$

$\Rightarrow b = \frac{15 \sin 60}{\tan 80}$

$BC = a + b$

$= 15 \cos 60 + \frac{15 \sin 60}{\tan 80}$

$= 8,1$ m

$\sin 80 = \frac{h}{AB}$

$\Rightarrow \sin 80 = \frac{15 \sin 60}{AB}$

$\Rightarrow AB = \frac{15 \sin 60}{\sin 80}$

$= 14,1$ m

Exercício 6

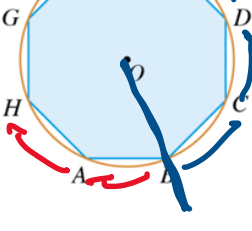
Pretende-se construir uma ponte entre duas localidades A e B , uma de cada lado de um rio. Para isso, é necessário fazer um estudo prévio para determinar o comprimento da ponte.

O técnico responsável pela medição começou por considerar um local C , não colinear com A e B , localizado na margem onde se encontra e tal que $AC = 30$ m.

Com um teodolito (instrumento de medição de ângulos) colocado em C e em A obtve, respetivamente, $\angle ACB = 37^\circ$ e $\angle BAC = 120^\circ$.

Com base nos dados apresentados, determina o comprimento da ponte.

Apresenta o resultado em metros, arredondado às unidades.



a)

$\sin 37 = \frac{x}{30}$

$\Rightarrow x = 30 \sin 37$

$\Rightarrow x =$

$30 \sin 37 = 180 - 53 = 67^\circ$

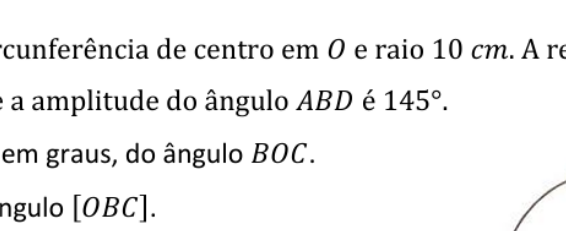
$\cos 67 = \frac{30 \sin 37}{x}$

$\Rightarrow x = \frac{30 \sin 37}{\cos 67}$

$\Rightarrow x = 40,2$ m

Exercício 7

Para determinar a altura de um farol, utiliza o esquema e os dados apresentados a seguir.



Apresenta o resultado arredondado às unidades e se procederes a arredondamentos em cálculo intermédios conserva duas casas decimais.

Retirado do Manual "Novo Espaço" da Porto Editora

$\begin{cases} \tan 34 = \frac{h}{x} \\ \tan 18 = \frac{h}{60+x} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} h = x \tan 34 \\ h = (60+x) \tan 18 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \tan 34 = 60 \tan 18 + x \tan 18 \end{cases}$

$\begin{cases} x(\tan 34 - \tan 18) = 60 \tan 18 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{60 \tan 18}{\tan 34 - \tan 18} \end{cases}$

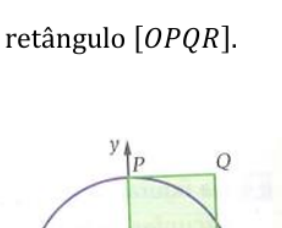
$\begin{cases} h = 38 \text{ m} \\ x = 55,77 \end{cases}$

Exercício 8

Considere o octógono $[ABCDEFGH]$ inscrito numa circunferência de centro O .

a) Sendo $\widehat{OB}$ o lado origem, indique o lado extremidade dos ângulos generalizados definidos por:

- i) $(-135^\circ, -4^\circ)$
- ii) $(315^\circ, 2^\circ)$



b) Sendo $\widehat{OC}$ o lado extremidade, indique o lado origem dos ângulos generalizados de amplitudes:

- i) 2070°
- ii) -3690°

a) $\frac{360}{8} = 45$

i) $135 = 3 \times 45$

$\Rightarrow \widehat{OE}$

ii) $315 = 7 \times 45$

$\Rightarrow \widehat{OG}$

b) i) $\frac{360}{8} = 45$

$2070 - 5 \times 360 = 270$

$\frac{270}{45} = 6$

$270 = 6 \times 45$

$\Rightarrow \widehat{OA}$

ii) $\frac{360}{8} = 45$

$3690 - 10 \times 360 = 90$

$90 = 2 \times 45^\circ$

$-90 = -2 \times 45$

$\Rightarrow \widehat{OA}$

Exercício 9

A figura representa uma circunferência de centro em O e raio 10 cm. A reta CB é tangente à circunferência no ponto C e a amplitude do ângulo AOB é 145° .

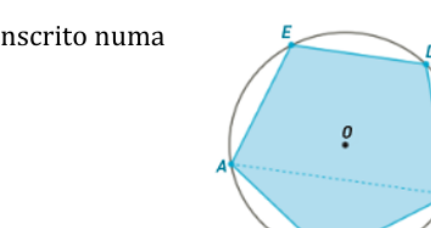
Determina a amplitude, em graus, do ângulo BOC .

a) Calcula a área do triângulo $[OBC]$.

Apresenta o resultado, em milímetros quadrados, arredondado às unidades.

b) Determina o perímetro da região sombreada.

Apresenta o resultado arredondado à décima do metro.



Retirado do Livro de Preparação para Exame da Raiz Editora

a) $\angle BOC = 180 - 145 = 35$

$\tan 35 = \frac{10}{BC}$

$\Rightarrow BC = \frac{10}{\tan 35}$

$A = \frac{b \times h}{2} = \frac{10 \times \frac{10}{\tan 35}}{2} = 71,407 \text{ cm}^2 = 71,41 \text{ mm}^2$

b) $\sin 35 = \frac{10}{OB}$

$\Rightarrow OB = \frac{10}{\sin 35}$

$AB = \frac{10}{\sin 35} - 10$

$\widehat{BO} = 2 \times 10 = 20$

$\widehat{COA} = 180 - 90 - 35 = 55^\circ$

$\widehat{POA} = 35^\circ$

$\widehat{POA} = \frac{20 \times 55^\circ}{360} = \frac{55 \times 10}{18}$

$P_{\text{sombreada}} = \frac{10}{\tan 35} + \frac{10}{\sin 35} - 10 + \frac{55 \times 10}{18}$

$= 31,315 \text{ cm}$

$= 0,3 \text{ m}$

Exercício 10

Na figura, estão representados a circunferência trigonométrica e um trapézio retângulo $[OPQR]$.

Sabe-se que:

o ponto P tem coordenadas $(0, 1)$;

o ponto R pertence ao 4° Quadrante e à circunferência.

Seja α a amplitude do ângulo cujo lado origem é o semieixo positivo Ox e cujo lado extremidade é a semirreta OR .

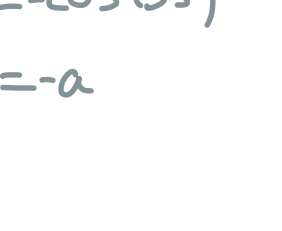
Qual das seguintes expressões dá o perímetro do trapézio $[OPQR]$ em função de α .

(A) $\cos \alpha + 3$

(B) $\cos \alpha + 2$

(C) $\cos \alpha + 3$

(D) $4 - \sin \alpha$



Nota: Apresenta o teu raciocínio de forma claro bem como todos os cálculos que efetuares.

Retirado do Livro de Preparação para Exame da Raiz Editora

$\overline{PO} = 1$

$\overline{PS} = \cos \alpha$

$\overline{OR} = 1$ (raio)

$\overline{QR} = 1 - \sin \alpha$

$P = 1 + \cos \alpha + 1 + 1 - \sin \alpha$

$= \cos \alpha + 3 - \sin \alpha$

Atenção !!

$1 - \sin \alpha > 0$

Exercício 11

Na figura abaixo está representada uma circunferência de raio 3 e centro na origem do referencial ortornormado Oxy .

Na figura está também representado um trapézio $[ABCD]$.

O ponto A é o ponto da circunferência que pertence ao semieixo positivo das abscissas.

Os pontos B e C pertencem à circunferência e são simétricos em relação ao eixo das ordenadas.

O ponto D pertence ao eixo Ox e tem abscissa $-\frac{3}{2}$.

Considera que $\angle AOB = \alpha$, $\alpha \in [0, \frac{\pi}{2}]$.

Mostra que a área do trapézio $[ABCD]$ é dada, em função de α , por:

$A(\alpha) = 9 \sin \alpha \cos \alpha + \frac{27}{4} \sin \alpha$

E determina o valor exato da área do trapézio $[ABCD]$ quando este é um trapézio retângulo.

Retirado do Livro de Preparação para Exame da Raiz Editora

$r = 3 \rightarrow \overline{AD} = 3 + \frac{3}{2} = \frac{9}{2}$

$\overline{BC} = 2 \times 3 \cos \alpha = 6 \cos \alpha$

altura do trapézio $\rightarrow h = 3 \sin \alpha$

$A = \frac{B+b}{2} \times h$

$= \frac{9 + 6 \cos \alpha}{2} \times 3 \sin \alpha$

$= \frac{9 + 12 \cos \alpha}{4} \times 3 \sin \alpha$

$= \frac{27}{4} \sin \$