Matemática
Ficha de Trabalho

Exercícios de Revisão sobre Trigonometria

12ºano

Recorda:

- Razões trigonométricas e aplicação na resolução de triângulos;
- Relações entre razões trigonométricas do mesmo ângulo e entre razões de ângulos associados;
- Equações trigonométricas;
- Função seno e função co-seno.

Desde os tempos mais remotos que o homem realiza levantamentos topográficos e cartográficos, para obter a divisão dos territórios dos triângulos.

A trigonometria, a ciência que estuda as relações entre os lados e os ângulos dos triângulos, foi criada e desenvolvida como instrumento de apoio à topografia, cartografia e astronomia.

Como ciência, surgiu muito depois da geometria, da aritmética e da álgebra. Curiosamente, a trigonometria esférica, que estuda os triângulos de lados curvos formados sobre uma superfície esférica, desenvolveu-se antes da trigonometria plana, em consequência de necessidades práticas relacionadas com o estudo da astronomia e para elaborar cartas de navegação.

Os portugueses famosos pelos descobrimentos marítimos desenvolveram desde cedo estudos em ciência náutica.

Pedro Nunes (1505-1578) nasceu em Alcácer do Sal e viveu em plena Época dos Descobrimentos, um dos períodos mais importantes da história de Portugal. Médico, cosmógrafo, professor de Matemática na Universidade de Coimbra, cosmógrafo mor do reino, este ilustre cientista foi o primeiro a abordar a ligação entre a Matemática e a Arte de navegar.

Transformou por completo a ciência náutica proporcionando aos marinheiros portugueses o equipamento necessário para que pudessem cruzar tão vastos oceanos e descobrir e mapear terras tão distantes, muito antes que qualquer poder europeu pudesse fazê-lo. Resolveu muitos problemas de navegação, sugerindo técnicas de observação e criando instrumentos de medida da altura dos astros: o anel náutico, o instrumento das sombras, o nónio, que adaptado ao astrolábio ou quadrante, permitia medir fracções de grau, etc.

Pode afirmar-se que a importância da trigonometria aumentou, no início do século XIX com o aparecimento das séries de Fourier, pois foi através destas que se ligou à análise, o que permitiu utilizar a **trigonometria para estudar as vibrações e os movimentos periódicos**.

Actualmente a trigonometria tornou-se um ramo da Matemática cujas aplicações ultrapassam o cálculo de comprimentos e de amplitudes de ângulos. As funções trigonométricas intervêm no estudo de movimentos oscilatórios, de propagação de ondas, variação de intensidade de movimentos da corrente eléctrica… São inúmeras as áreas onde a trigonometria tem aplicação:

- Na medicina, as pulsações podem ser modeladas utilizando funções trigonométricas; as ecografias funcionam através de ondas cuja propagação se define através de funções trigonométricas, sem as quais não seria possível interpretar os seus resultados;
- O som, a luz, a electricidade, o electromagnetismo, as ondas hertzianas (do rádio e da televisão), … são fenómenos ondulatórios estudados com recurso à trigonometria.
- …

Ponto da Situação

Escolha Múltipla

Exercício 1

O ângulo de amplitude $\frac{\pi}{5} rad$ tem, no sistema sexagésimal, de amplitude:

(A) 40° **(B)** 36° **(C)** $0,628^\circ$

Exercício 2

Se o seno de um ângulo agudo α é $\frac{4}{7}$, o $\cos\alpha$ é:

(A) $\frac{3}{7}$ **(B)** $\frac{\sqrt{33}}{7}$ **(C)** $\frac{7}{3}$

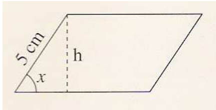
Exercício 3

O valor de $\sin 240^\circ$ é

(A) $-\frac{1}{2}$ **(B)** $\frac{\sqrt{3}}{2}$ **(C)** $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

Exercício 4

Considera o paralelogramo da figura.



4.1) A altura h, pode ser dada em cm por:

(A) $5\cos x$ **(B)** $5\sin x$ **(C)** $5\tan x$

4.2) Se a amplitude de x for 60°, então h mede, em cm:

(A) $\frac{5}{2}$ **(B)** $\frac{5\sqrt{3}}{2}$ **(C)** $\frac{5\sqrt{3}}{3}$

4.3) A altura máxima do paralelogramo corresponde ao ângulo:

(A) $0 rad$ **(B)** $\frac{\pi}{2} rad$ **(C)** πrad

Exercício 5

$\cos\left(\frac{\pi}{2}+x\right)$ é igual a:

(A) $\cos x$ **(B)** $\sin x$ **(C)** $-\sin x$

Exercício 6

Se $\sin x > \frac{\sqrt{2}}{2}$ e $\cos x > 0$, então:

(A) $\tan x > 1$ **(B)** $\tan x < 0$ **(C)** $0 < \tan x < 1$

Exercício 7

Se $\cos x > 0$ e $\cos x$ cresce, então:

(A) $x \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[$ **(B)** $x \in \left]\frac{\pi}{2}, \pi\right[$ **(C)** $x \in \left]-\frac{\pi}{2}, 0\right[$

Verdadeiro ou Falso

8. Há ângulos cujo seno é maior que um.

9. Ângulos suplementares têm co-senos simétricos.

10. Há ângulos negativos com senos positivos.

11. Todos os ângulos positivos têm seno positivo.

12. Senos de ângulos simétricos são simétricos.

13. Co-senos de ângulos simétricos são simétricos.

14. A função $f: x \to \sin x$ é crescente.

15. $\sin(x+\pi) = \sin(x)$

16. $\sin(x+x) = \sin(x) + \sin(x)$

17. Se um triângulo rectângulo tem catetos de $10cm$ e $6cm$, um dos seus ângulos internos tem aproximadamente 31° de amplitude.

18. Uma das soluções da equação

$$2\cos^2 x - 3\cos x + 1 = 0$$

é zero.

19. Em $[0, 2\pi]$

$$|\sin x| < \frac{1}{2} \Leftrightarrow x \in \left[0, \frac{\pi}{6}\right[\cup \left]\frac{5\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}\right[$$

20. $\tan\frac{7\pi}{10} > \tan\frac{3\pi}{10}$

21. $\cos x = \cos\alpha \Leftrightarrow x = \pm\alpha + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Para Praticar...

Exercício 1

Sabendo que $\sin x = \frac{12}{13}$ e que $x \in \left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$, calcula:

1.1) $\sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right)$ **1.2)** $\sin(x+\pi)$

1.3) $\sin(\pi - x)$ **1.4)** $\sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)$

1.5) $\tan(x+2\pi)$

1.6) $\tan\left(x+\frac{\pi}{4}\right)$

Exercício 2

Sabe-se que $\cos\left(\theta+\frac{\pi}{2}\right)=-\frac{1}{3}$ e que $\theta\in 2^{o}Q$. Calcula:

$\tan\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)+\sin\left(\theta+\frac{3\pi}{2}\right)$

Exercício 3

Calcula $\sin(\pi-\alpha)+\tan(3\pi+\alpha)$, sabendo que

$\cos(2\pi-\alpha)=0,6$ e $\alpha\in 4^{o}Q$.

Exercício 4

Calcula $\sin(\alpha)+\cos\left(\frac{3\pi}{2}-\alpha\right)+\frac{2}{\sin\alpha}$, sabendo que

$\tan(\alpha)=-\frac{5}{3}$ e $\alpha\in 2^{o}Q$.

Exercício 5

Mostra que:

$$\frac{\frac{1}{\cos x}+\frac{1}{\sin x}}{\tan x+\frac{1}{\tan x}}=\frac{\tan x-\frac{1}{\tan x}}{\frac{1}{\cos x}-\frac{1}{\sin x}}$$

Exercício 6

Mostra que

6.1) $1-\cos x=\frac{\sin^2 x}{1+\cos x}$

6.2) $(1+\sin x-\cos x)(1-\sin x+\cos x)=2\sin x\cos x$

6.3) $(1+\sin^2 x)(1+\tan^2 x)-1=0$

6.4) $\frac{13\sin x-5}{12+13\cos x}=\frac{12-13\cos x}{13\sin x+5}$

6.5) $(\tan x-\sin x)(\tan x+\sin x)=\frac{\sin^4 x}{\cos^2 x}$

6.6) $\sin^3 x-\cos^3 x=(1+\sin x\cos x)(\sin x-\cos x)$

6.7) $\sin(x+30^\circ)+\sin(x-30^\circ)=\sqrt{3}\sin x$

6.8) $\sin(3x)=3\sin x-4\sin^3 x$

6.9) $\cos(4x)=8\cos^4 x-8\cos^2 x+1$

Exercício 7

Seja a expressão:

$A(x)=\cos x-6\cos(-x)+\sin(6x-\pi)+3\tan(x-2\pi)$

7.1) Simplifica $A(x)$

7.2) Calcula $A(x)$ sabendo que $x=\frac{3\pi}{4}$