



Matemática

Ficha de Trabalho

Probabilidades 12º ano – FT4

Exercício 1

Considere todos os números de seis algarismos que se podem formar com os algarismos de 1 a 9. Destes números, quantos têm exactamente um algarismo 4?

- (A) 8^5 (B) 9^5 (C) 6×8^5 (D) $6 \times A_5^8$

Exercício 2

Antes do começo de uma partida de basquetebol, é habitual os 12 intervenientes (os 5 jogadores de cada equipa e os 2 elementos da equipa de arbitragem) disporem-se uns ao lado dos outros para uma fotografia. De quantas maneiras diferentes se podem dispor os 12 intervenientes, se os 2 elementos da equipa de arbitragem ficarem no meio, e os jogadores de cada equipa ficarem todos juntos?

- (A) $2 \times 2 \times 5! \times 5!$ (B) $2 \times 5! \times 5!$ (C) $2 \times 2 \times 5!$ (D) $2 \times 2 \times 10!$

Exercício 3

De quantas maneiras se podem sentar três raparigas e quatro rapazes num banco de sete lugares, sabendo que em cada um dos extremos fica uma rapariga?

- (A) 120 (B) 240 (C) 720 (D) 5040

Exercício 4

Três rapazes e duas raparigas vão dar um passeio de automóvel. Qualquer um dos cinco jovens pode conduzir. De quantas maneiras podem ocupar os cinco lugares, dois à frente e três atrás, de modo a que o condutor seja uma rapariga e a seu lado viaje um rapaz?

- (A) 36 (B) 120 (C) 12 (D) 72

Exercício 5

Um casal e três filhos decidem ir ao teatro. Sabe-se que vão ocupar lugares consecutivos e que o pai e a mãe se sentam ao lado um do outro. De quantas maneiras pode esta família ocupar os seus lugares?

- (A) 8 (B) 24 (C) 48 (D) 120

Exercício 6

Numa conferência de alto nível, encontram-se doze políticos de quatro países, sendo três de cada país (o Presidente da República, o Primeiro-Ministro e o Ministro dos Negócios Estrangeiros). De quantas maneiras diferentes se podem dispor as doze pessoas, em fila, para uma fotografia, de tal modo que os representantes de cada país fiquem juntos?

- (A) 13198 (B) 21106 (C) 31104 (D) 41162

Exercício 7

Um frigorífico tem cinco prateleiras. Pretende-se guardar, nesse frigorífico, um iogurte, um chocolate e um queijo. De quantas maneiras diferentes se podem guardar os três produtos no frigorífico, sabendo que devem ficar em prateleiras distintas?

- (A) C_3^5 (B) A_3^5 (C) 5^3 (D) 35

Exercício 8

De quantas maneiras diferentes é possível formar um grupo de 5 alunos escolhidos entre os 24 alunos de uma turma, sabendo que o delegado e o subdelegado têm que lhe pertencer?

- (A) ${}^{22}C_3 \times 2!$ (B) ${}^{22}A_3 \times 2!$ (C) ${}^{22}A_3$ (D) ${}^{22}C_3$

Exercício 9

A Rute tem 11 fichas de plástico, das quais 3 são amarelas, sendo as restantes vermelhas. Se empilhar as 11 fichas ao acaso, umas em cima das outras, qual a probabilidade das amarelas ficarem no meio?

- (A) $\frac{3}{{}^{11}C_3 \times {}^8C_4}$ (B) $\frac{4! \times 4! \times 3 \times 2}{11!}$ (C) $\frac{3}{{}^{11}C_3}$ (D) $\frac{3! \times 8!}{11!}$

Exercício 10

Um saco tem duas bolas pretas, três amarelas e quatro verdes. Tira-se, de uma vez, três bolas ao acaso. A probabilidade de serem todas verdes é:

- (A) $\frac{1}{21}$ (B) $\frac{1}{27}$ (C) $\left(\frac{4}{9}\right)^3$ (D) $\frac{1}{3}$

Exercício 11

Uma escola tem 1300 alunos. Se, escolher, ao acaso, uma das raparigas, a probabilidade de ela ter cabelo castanho é de 60%. Se escolher, ao acaso, um dos alunos, a probabilidade de ser rapariga com cabelo castanho é de 24%. Quantos alunos rapazes tem a escola?

- (A) 312 (B) 520 (C) 780 (D) 910

Exercício 12

Considere um saco que contém bolas numeradas de 1 a 9, e um dado de forma cúbica com as faces numeradas de 1 a 6. Lança-se o dado e tira-se uma bola ao acaso do saco. A probabilidade de, **pelo menos**, um dos números obtidos ser superior a 4, é:

- (A) $\frac{5}{27}$ (B) $\frac{19}{27}$ (C) $\frac{7}{15}$ (D) $\frac{7}{54}$

Exercício 13

Numa caixa há bombons de chocolate branco e de chocolate preto, com e sem recheio.

Seja A o acontecimento: "O bombom é de chocolate branco"

Seja B o acontecimento: "O bombom tem recheio"

Uma das igualdades abaixo indicadas traduz a seguinte informação:

"A terça parte dos bombons recheados é de chocolate branco"

Qual é essa igualdade?

- (A) $P(A \cup B) = \frac{1}{3}$ (B) $P(A \cap B) = \frac{1}{3}$ (C) $P(B/A) = \frac{1}{3}$ (D) $P(A/B) = \frac{1}{3}$

Exercício 14

Cinco amigos vão dar um passeio num automóvel de 5 lugares. Sabendo que só três deles podem conduzir, o número de formas diferentes de ocuparem os lugares durante o passeio é dado por:

- (A) ${}^3C_1 \cdot {}^4C_4$ (B) ${}^3C_1 \cdot {}^4A_4$ (C) ${}^5C_4 \cdot {}^3C_1$ (D) ${}^3A_1 \cdot {}^4A_2$

Exercício 15

Numa *pizzaria* preparam-se *pizzas* com pelo menos 5 variedades de ingredientes.

Dispondo de 8 ingredientes, o número de *pizzas* diferentes que se podem preparar é:

- (A) $A_5^8 + A_6^8 + A_7^8 + A_8^8$
(B) $C_5^8 + C_6^8 + C_7^8 + C_8^8$
(C) $A_5^8 \times A_6^8 \times A_7^8 \times A_8^8$
(D) $C_5^8 \times C_6^8 \times C_7^8 \times C_8^8$

Exercício 16

Num certo jogo de cartas, utiliza-se um baralho completo e dão-se treze cartas a cada jogador. Imagine que está a participar nesse jogo.

Qual é a probabilidade de, nas treze cartas que vai receber, haver exactamente seis cartas do naipe de espadas?

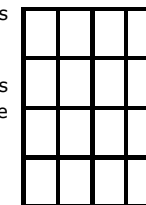
Nota: Um baralho de cartas completo é constituído por cinquenta e duas cartas, repartidas por quatro naipes de treze cartas cada: espadas e paus (cartas "pretas") e copas e ouros (cartas "vermelhas"). Em cada naipe há um Ás, três figuras (Rei, Dama e Valete) e mais nove cartas (do Dois ao Dez).

Exercício 17

Considere um tabuleiro de 16 "casas". Dispomos de 8 peças brancas indistinguíveis e 4 peças de cores diferentes, a serem distribuídas pelas "casas" do tabuleiro, não mais de uma por cada "casa".

17.1 De quantas maneiras distintas se podem distribuir as 8 peças brancas e as 4 peças de cores diferentes no tabuleiro?

17.2 Se as peças forem distribuídas ao acaso, qual é a probabilidade das peças brancas ocuparem as diagonais do tabuleiro? (Apresente o resultado na forma de fracção irredutível.)

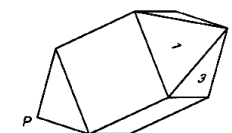


Exercício 18

Na figura está representado um poliedro com doze faces, que pode ser decomposto num cubo e em duas pirâmides quadrangulares regulares

18.1. Pretende-se numerar as doze faces do poliedro, com os números de 1 a 12 (um número diferente em cada face).

Como se vê na figura, duas das faces do poliedro já estão numeradas, com os números 1 e 3.



18.1.1. De quantas maneiras podemos numerar as outras dez faces, com os restantes dez números?

18.1.2. De quantas maneiras podemos numerar as outras 10 faces, com os restantes 10 números, de forma a que, nas faces de uma pirâmide, fiquem só números ímpares e nas faces da outra pirâmide, fiquem só números pares?

18.2. Considere agora o poliedro num referencial o.n. Oxyz, de tal forma que o vértice P coincida com a origem do referencial, e o vértice Q esteja no semieixo positivo Oy. Escolhidos ao acaso 3 vértices distintos, qual é a probabilidade de estes definirem um plano paralelo ao plano de equação $y=0$? Apresente o resultado na forma de fracção irredutível.

Exercício 19

Um artista dispõe de 20 quadros, sendo 9 óleos, 4 aguarelas e 7 serigrafias, dos quais pretende escolher 12.

19.1. Se o grupo de 12 quadros fosse formado ao acaso, qual seria a probabilidade de obter pelo menos uma aguarela? Apresenta o valor aproximado em percentagem, com 1 casa decimal.

19.2. De quantos modos diferentes se pode escolher o grupo de 12 obras, de modo que haja 6 óleos, estejam representados os três tipos de obras e, ainda, que haja mais serigrafias do que aguarelas.

19.3. Tendo escolhido 6 óleos, 4 serigrafias e 2 aguarelas, qual a probabilidade (na forma de fracção irredutível) de ficarem agrupados por género ao colocá-los em fila aleatoriamente?

Exercício 20

O número de diagonais de um polígono convexo é 54. Quantos são os seus lados?

Exercício 21

Considere o seguinte problema: "*Utilizando exactamente as oito letras da palavra **APRENDER**, quantas sequências diferentes é possível escrever?*".

São correctas as respostas seguintes: ${}^8C_2 \times {}^6C_2 \times 4!$, ${}^8A_4 \times {}^4C_2$.

Numa pequena composição, explique o raciocínio que conduziu a cada uma daquelas respostas.

Exercício 22

Quatro casais amigos vão ao cinema mas só conseguem arranjar dois grupos de lugares seguidos, sendo um de seis lugares e o outro de dois.

22.1. Qual é a probabilidade de o casal Silveira ficar em dois lugares seguidos, se os lugares forem sorteados?

22.2. Se sortearem duas pessoas para pagarem todos os bilhetes, qual a probabilidade de serem os dois Silveira os infelizes contemplados?

22.3. Considera o seguinte problema: *Determina a probabilidade de o casal Silveira pagar pelo menos metade dos bilhetes, se decidirem que uma mulher ao acaso paga metade e um homem, também ao acaso, paga a outra metade.*

A solução deste problema é o valor da expressão: $\left(\frac{1}{4}\right)^2 + 2 \times \left(\frac{1}{4} \times \frac{3}{4}\right)$. Faça uma composição com cerca de dez linhas explicando o raciocínio que levou a esta expressão.

Exercício 23

De um baralho completo extraem-se, sucessivamente e sem reposição, duas cartas.

23.1. No âmbito desta experiência, dê um exemplo de dois acontecimentos que sejam possíveis (mas nenhum certo), distintos e compatíveis.

23.2. Determine a probabilidade de **pelo menos** uma das cartas extraídas ser do naipe espadas. Apresente o resultado na forma de fracção irredutível.

23.3. Considere os seguintes acontecimentos:

A: «a primeira carta é um Ás “vermelho”»;

B: «a segunda carta é “preta”»;

C: «a segunda carta é um Rei».

Sem aplicar a fórmula da probabilidade condicionada, indique o valor de $P((B \cup C) | A)$ e, numa pequena composição, justifique a sua resposta.

Nota: comece por indicar o significado de $P((B \cup C) | A)$, no contexto da situação descrita.

Exercício 24

Seja S o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória.

Sejam A e B dois acontecimentos possíveis de S e tal que $P(B | A) > 0$. Prove que:

24.1. $P(A) = \frac{1 - P(\bar{A} \cap \bar{B})}{P(B | A)}$

24.2. $P(\bar{B}) = 1 - P(A \cap B) - P(B) \cdot (1 - P(A | B))$

Exercício 25

Sobre os presentes num bar na localidade francesa de Toulouse, durante o último Campeonato do Mundo de Rugby, foi possível concluir o seguinte:

- de entre os adeptos de rugby, 2 em cada 5 eram portugueses;
- 64% dos presentes ou não eram adeptos de rugby ou não eram portugueses.

Suponha que se escolheu, ao acaso, **um dos presentes do bar**.

25.1. Qual foi a probabilidade de ele não ter sido português se era um adepto de rugby?

25.2. Qual foi a probabilidade de ele ter sido um adepto de rugby português?

25.3. Justifique que, em cada dez pessoas, havia nove adeptos de rugby.

25.4. Sabe-se que 3% das pessoas presentes no dito bar eram portugueses não adeptos de rugby. Supondo que a pessoa escolhida ao acaso foi um não adepto de rugby, qual foi a probabilidade de ele ter sido um português?

Exercício 26

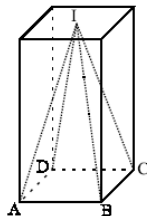
Considere o seguinte problema:

Um saco contém doze bolas, indistinguíveis ao tacto: três bolas com o número 1, cinco bolas com o número 2 e quatro bolas com o número 3. Retiram-se, do saco, três bolas, ao acaso. Qual é a probabilidade de a soma dos números saídos ser igual a cinco?

Uma resposta correcta para este problema é

$$\frac{C_2^3 \times 4 + C_2^5 \times 3}{C_3^{12}}$$

Numa pequena composição, com cerca de dez linhas, explique esta resposta.



Nota: Deve organizar a sua composição de acordo com os seguintes tópicos:

- referência à Regra de Laplace;
- explicação do número de casos possíveis;
- explicação do número de casos favoráveis.

Exercício 27

Para representar a escola num campeonato de voleibol foram seleccionados 12 jogadores: dois professores e dez alunos (seis rapazes e quatro raparigas).

Decidiu-se atribuir as camisolas 1 e 2 aos professores, ficando os alunos com as camisolas números 3 a 12.

27.1. De quantas maneiras podem ser distribuídas as camisolas pelos alunos?

27.2. Distribuindo as camisolas dos alunos ao acaso, qual a probabilidade das camisolas das raparigas serem todas números ímpares?

27.3. Admita que as camisolas já foram distribuídas pelos doze elementos. Num dos jogos, a equipa vai ser constituída por um professor e mais cinco dos dez alunos, escolhidos aleatoriamente. Qual a probabilidade desta equipa não ter em campo números superiores a 9?

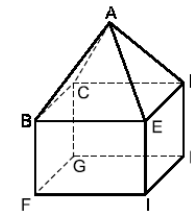
Exercício 28

Na figura abaixo estão representados um prisma quadrangular regular e uma pirâmide cuja base coincide com a do prisma. O vértice da pirâmide coincide com I, o centro da base superior do prisma.

Considerando, ao acaso, cinco dos nove vértices da figura representada, qual é a probabilidade de que pelo menos quatro sejam da pirâmide?

Exercício 29

Na figura está representado o sólido [ABCDEFGHI].



Dispomos de cinco cores (amarelo, branco, castanho, preto e vermelho) para colorir as suas nove faces. Cada face é colorida por uma única cor.

29.1. De quantas maneiras diferentes podemos colorir o sólido, supondo que as quatro faces triangulares só podem ser coloridas de amarelo, de branco ou de castanho, e que as cinco faces rectangulares só podem ser coloridas de preto ou de vermelho?

29.2. Admita agora que o sólido vai ser colorido ao acaso, podendo qualquer cor colorir qualquer face.

Determine a probabilidade de exactamente cinco faces ficarem coloridas de branco e as restantes faces com cores todas distintas. Apresente o resultado na forma de dízima, arredondado às décimas de milésima.

Exercício 30

Considere, num referencial o.n. Oxyz, a superfície esférica de equação $x^2 + y^2 + z^2 = 25$

Considere todos os triângulos cujos vértices são pontos de intersecção desta superfície esférica com os eixos do referencial.

Escolhido um desses triângulos ao acaso, determine a probabilidade de estar contido no plano definido por $z=0$. Indique o resultado em forma de percentagem.