



Matemática

Ficha de Trabalho

Derivadas – Exercícios de Aplicação

12ºano

Objectivos

- Determinar os extremos de uma função aplicando o conceito de derivada.
- Estudar a monotonia de uma função usando o conceito de derivada.
- Estudar o sentido das concavidades do gráfico de uma função usando a segunda derivada.
- Estudar analiticamente uma função (a calculadora é usado apenas para confirmação de resultados).
- Escrever o modelo matemático correspondente a uma situação real.
- Resolver problemas de optimização.

Exercício 1

A área máxima de um triângulo isósceles com 60 cm de perímetro é, aproximadamente:

- (A) 364 cm^2 (B) 173 cm^2
(C) 100 cm^2 (D) 203 cm^2

Exercício 2

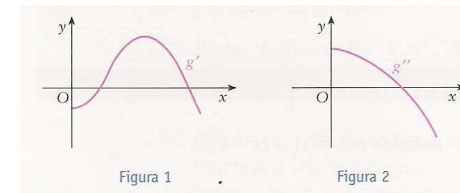
Considera a função $f : [1; 2e] \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \ln x + \frac{1}{x}$.

Determina a equação da recta tangente ao gráfico de f no ponto de abcissa $2e$. E no ponto de abcissa 1.

Exercício 3

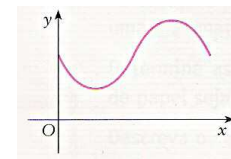
Seja g uma função de domínio $\mathbb{R}^+$.

Na figura 1 está parte da representação gráfico da função g' e na figura 2 parte da representação gráfica de g'' , respectivamente primeira e segunda derivadas de g .

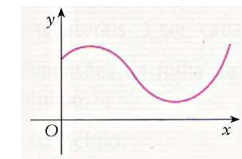


Em qual das figuras seguintes pode estar parte da representação gráfica de g .

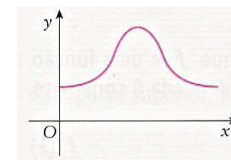
(A)



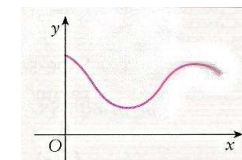
(B)



(C)



(D)



Exercício 4

Seja f uma função de domínio $\mathbb{R}$ e c um ponto do domínio de f tal que $f'(c)$ não existe.

Qual das seguintes afirmações é necessariamente verdadeira?

- (A) c é zero de f .
(B) $f(c)$ é extremo relativo de f .
(C) f não é continua em c .
(D) c é ponto de acumulação do domínio de f .

Exercício 5

Seja f uma função de domínio $\mathbb{R}$. Sabe-se que a sua derivada f' é tal que $f'(x) = -x + 1$.

Relativamente à função f , qual das seguintes afirmações é verdadeira?

- (A) O gráfico tem a concavidade voltada para cima.
- (B) f é decrescente em $\mathbb{R}$.
- (C) f tem um mínimo para $x = 1$.
- (D) f tem um máximo para $x = 1$.

Exercício 6

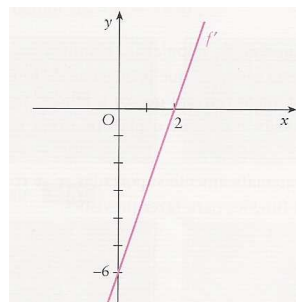
De uma função f , de domínio $\mathbb{R}$, sabe-se que a sua derivada é $f'(x) = -e^x - 1$. Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

- (A) f tem um máximo absoluto
- (B) f tem um mínimo absoluto
- (C) f é estritamente decrescente
- (D) f tem a concavidade do gráfico virada para cima

Exercício 7

O gráfico correspondente à função derivada, f' , de uma função f .

- a) Estude a monotonia da função f e diga se tem máximo ou mínimo.
- b) A função f tem algum ponto de inflexão? Justifique.
- c) Qual é o sentido da concavidade do gráfico da função f ? Justifique a resposta.



Exercício 8

Seja f uma função real de variável real definida por $f(x) = e^{\frac{x+1}{x-1}}$.

Determine o domínio, as assíntotas do gráfico de f , os extremos e os pontos de inflexão do gráfico da função.

(Use a calculadora gráfica apenas para confirmar as respostas.)

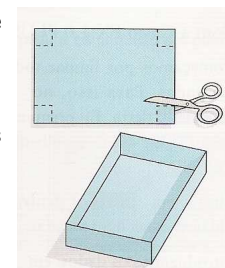
Exercício 9

Uma caixa aberta, com base rectangular, vai ser construída a partir de uma folha com 25 por 30 cm.

Na folha serão cortados quatro cantos, com a forma de um quadrado.

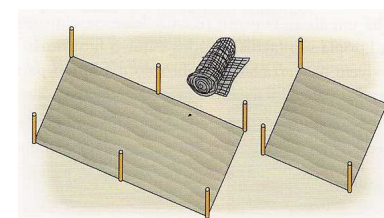
Determine, com aproximação às centésimas, as dimensões dos cantos a cortar de modo a obter-se uma caixa de capacidade máxima.

(Use a calculadora apenas para efectuar cálculos numéricos).



Exercício 10

Um agricultor tem 1680 metros de rede para vedar dois terrenos: em rectangular em que o comprimento é o dobro da largura e o outro quadrado, como se mostra na figura seguinte.



Determine as dimensões dos terrenos de modo a minimizar a área dos dois espaços.

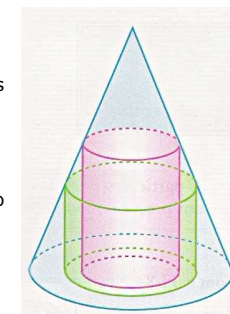
Exercício 11

Observe a figura.

Os cilindros e o cone têm a base assente no mesmo plano e as respectivas alturas estão contidas na mesma recta.

O cone tem altura 60 cm e raio da base 10 cm.

Determine o volume máximo do cilindro que se pode inscrever no cone.



Exercício 12

O proprietário de um restaurante tem 30 lugares disponíveis para cada refeição e por cada almoço ou jantar cobra 10€.

Por cada 2€ que aumente ao preço de refeição perde um cliente, que se desloca para outro restaurante mais económico.

Qual deve ser o custo da refeição que mais lucro traz ao proprietário do restaurante.