



Matemática 12ºano

Exercícios de preparação para exame

Probabilidades

Definição Axiomática de Probabilidade

Probabilidade Condicionada. Acontecimentos Independentes.

Exercício 1

Num jogo de futebol entre a equipa X e a equipa Y, a estatística revela que:

- em 20% dos jogos, a equipa X é a primeira a marcar;
- em 50% dos jogos, a equipa Y é a primeira a marcar.

Qual é a probabilidade de, num jogo entre a equipa X e a equipa Y, não se marcarem golos?

- (A) 10% (B) 25% (C) 30% (D) 35%

Exercício 2

Seja E o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória.

Sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset E$ e $B \subset E$).

Tem-se que:

$$P(A) = 0,3 \text{ e } P(B) = 0,5$$

Qual dos números seguintes pode ser o valor de $P(A \cup B)$?

- (A) 0,1 (B) 0,4 (C) 0,6 (D) 0,9

Exercício 3

Um saco contém bolas azuis, brancas e pretas.

Tira-se, ao acaso, uma bola do saco.

Sejam os acontecimentos:

A: "a bola retirada é azul"

B: "a bola retirada é branca"

Qual das afirmações seguintes é verdadeira?

- (A) A e B são contrários (B) A e $\bar{B}$ são contrários
(C) A e B são incompatíveis (D) A e $\bar{B}$ são incompatíveis

Exercício 4

Seja S o conjunto de resultados associado a uma experiência aleatória.

Sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset S$ e $B \subset S$).

Sabe-se que $P(A) = 0,3$; $P(A \cap B) = 0,1$; $P(A \cup B) = 0,1$

Qual é o valor de $P(\bar{B})$?

- (A) 0,1 (B) 0,2 (C) 0,3 (D) 0,4

Exercício 5

Seja A um acontecimento possível, cuja probabilidade é diferente de 1.

Qual é o valor da probabilidade condicionada $P(A | A)$?

- (A) 0 (B) 1 (C) $P(A)$ (D) $[P(A)]^2$

Exercício 6

O João utiliza, por vezes, o autocarro para ir de casa para a escola.

Seja A o acontecimento: "O João vai de autocarro para a escola".

Seja B o acontecimento: "O João chega atrasado à escola".

Uma das igualdades abaixo indicadas traduz a seguinte afirmação: "Metade dos dias em que vai de autocarro para a escola, o João chega atrasado".

Qual é essa igualdade?

- (A) $P(A \cap B) = 0,5$ (B) $P(A \cup B) = 0,5$ (C) $P(A | B) = 0,5$ (D) $P(B | A) = 0,5$

Exercício 7

Uma caixa contém cinco bolas brancas e cinco bolas pretas indistinguíveis ao tacto.

Tiram-se ao acaso, sucessivamente e sem reposição, duas bolas da caixa.

Considere os seguintes acontecimentos:

B_1 : "a bola retirada em primeiro lugar é branca"

B_2 : "a bola retirada em segundo lugar é branca"

Qual é o valor da probabilidade condicionada $P(B_2 | B_1)$?

- (A) $\frac{1}{2} \times \frac{4}{9}$ (B) $\frac{1}{2} \times \frac{5}{9}$ (C) $\frac{4}{9}$ (D) $\frac{5}{9}$

Exercício 8

Seja S o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória.

Sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset S$ e $B \subset S$)

Tem-se que:

$$P(A \cap B) = 10\%$$

$$P(A) = 60\%$$

$$P(A \cup B) = 80\%$$

Qual é a probabilidade condicionada $P(A|B)$?

- (A) $\frac{1}{5}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{1}{2}$

Exercício 9

Seja S o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória.

Sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset S$ e $B \subset S$)

Sabe-se que:

$$P(A) = \frac{3}{10} \quad P(B) = \frac{1}{5} \quad P(A|B) = \frac{1}{2}$$

Qual é o valor de $P(A \cup B)$?

- (A) 0,35 (B) 0,4 (C) 0,45 (D) 0,5

Exercício 10

Num saco existem quinze bolas, indistinguíveis ao tacto.

Cinco bolas são amarelas, cinco são verdes e cinco são brancas.

Para cada uma das cores, as bolas estão numeradas de 1 a 5.

- Retirando todas as bolas do saco e dispondo-as, ao acaso, numa fila, qual é a probabilidade de as bolas da mesma cor ficarem juntas? Apresente o resultados na forma de dízima, com sete casas decimais.
- Suponha agora que, no saco, estão apenas algumas das quinze bolas.

Nestas novas condições, admita que, ao retirarmos, ao acaso, uma bola do saco:

- a probabilidade de essa bola ser amarela é 50%
- a probabilidade de essa bola ter o número 1 é 25%
- a probabilidade de essa bola ser amarela ou ter o número 1 62,5%

Prove que a bola amarela número 1 está no saco.

Exercício 11

Seja S o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória.

Sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset S$ e $B \subset S$)

Sabe-se que:

$$P(A) = 2P(B)$$

$$P(A \cup B) = 3P(B)$$

Prove que os acontecimentos A e B são incompatíveis.

Exercício 12

Seja S o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória.

Sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset S$ e $B \subset S$)

Prove que:

$$P(A) + P(B) + P(\overline{A} \cap \overline{B}) = 1 + P(A \cap B)$$

Exercício 13

Um saco contém seis bolas, numeradas de 1 a 6.

As bolas que têm números pares estão pintadas a verde.

As bolas que têm números ímpares estão pintadas a azul.

Extraem-se, aleatoriamente, e de uma só vez, duas bolas do saco.

Sejam A e B os seguintes acontecimentos:

A : "as duas bolas são da mesma cor"

B : "o produto dos números das duas bolas é ímpar"

- Determine $P(A)$.
- Indique, justificando, o valor da probabilidade $P(A|B)$.

Exercício 14

O sangue humano está classificado em quatro grupos distintos: A, B, AB e O.

Independentemente do grupo, o sangue pode possuir, ou não, o factor Rhesus.

Se o sangue de uma pessoa possui este factor, diz-se Rhesus positivo (Rh+); se não possui este factor, diz-se Rhesus negativo (Rh-).

Na população portuguesa, os grupos sanguíneos e os respectivos Rhesus estão repartidos da seguinte forma:

	A	B	AB	O
Rh ⁺	40%	6,9%	2,9%	35,4%
Rh ⁻	6,5%	1,2%	0,4%	6,7%

- Escolhido um português ao acaso, qual é a probabilidade do seu grupo sanguíneo não ser O?
- Escolhido um português ao acaso, e sabendo que é Rh-, qual é a probabilidade de o seu grupo sanguíneo ser o A?

Exercício 15

Considere:

- uma caixa com seis bolas, todas brancas;
- seis bolas pretas, fora da caixa;
- um dado equilibrado, com as faces numeradas de 1 a 6.

Lança-se duas vezes o dado.

Tira-se, da caixa, tantas bolas pretas quantas o número saído no segundo lançamento.

a) Qual é a probabilidade de a caixa ficar com seis bolas?

b) Sejam A e B os acontecimentos:

A : "sai face 5 no primeiro lançamento do dado"

B : "ficam, na caixa, menos bolas brancas do que pretas"

Indique, justificando, o valor da probabilidade condicionada $P(B|A)$.

Exercício 16

Seja S o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória.

Sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset S$ e $B \subset S$)

Sabe-se que:

$$P(A \cap B) = 0,1$$

$$P(A \cup B) = 0,8$$

$$P(A|B) = 0,25$$

Prove que A e $\bar{A}$ são equiprováveis.

Exercício 17

Um dos membros do casal Silva (ou o Manuel ou a Adelaide) vai todos os dias de manhã comprar pão à padaria da rua onde moram, mal ela abre.

Em 40% dos dias, é o Manuel Silva que vai comprar o pão. Nos restantes dias, é a Adelaide Silva que se encarrega dessa tarefa.

Sabe-se também que, nas vezes em que a Adelaide vai à padaria, ela compra apenas pão de trigo (o que acontece em 20% dessas vezes) ou apenas pão de centeio.

a) Num certo dia, um vizinho da família Silva vai à mesma padaria, mal ela abre.

Quem é mais provável que ele lá encontre: O Manuel ou a Adelaide? Justifique.

b) Calcule a probabilidade de que, num certo dia escolhido ao acaso, seja a Adelaide a ir à padaria e traga pão de centeio.

Soluções

1. (
2. (
3. (
4. (
5. (
6. (
7. (
8. (
9. (

10. (

11.

12.

13.

14.

15.