



Matemática 12ºano

Exercícios de preparação para exame

Probabilidades

Cálculo de Probabilidades. Regra de Laplace

Exercício 1

O João tem no bolso do casaco uma moeda de 0,50€, duas de 1€ e três moedas de 2€. Retirando duas moedas ao acaso, qual é a probabilidade de, com elas, perfazer a quantia exacta de 2,5€?

- (A) $\frac{1}{5}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{1}{2}$

Exercício 2

Considere seis pontos distintos (A, B, C, D, E e F), pertencentes a uma circunferência. Escolhidos três desses pontos ao acaso, qual é a probabilidade de eles definirem um triângulo que contenha o lado [AB]?

- (A) $\frac{1}{6}$ (B) $\frac{1}{5}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{1}{3}$

Exercício 3

Num saco estão quatro bolas de igual tamanho numeradas de 1 a 4. Tiram-se, sucessivamente, sem reposição, as quatro bolas do saco. Qual a probabilidade de as bolas saírem por ordem crescente de numeração?

- (A) $\frac{1}{24}$ (B) $\frac{2}{3}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{1}{6}$

Exercício 4

A Sandra tem 10 fichas de plástico, três das quais são verdes, sendo as restantes vermelhas. A Sandra empilha as 10 fichas aleatoriamente, umas em cima das outras. Qual é a probabilidade de as três fichas verdes ficarem em cima.

- (A) $\frac{{}^{10}C_3}{{}^{10}A_3}$ (B) $\frac{1}{{}^{10}A_3}$ (C) $\frac{3!}{10!}$ (D) $\frac{3 \times 7!}{10!}$

Exercício 5

Uma turma de uma escola secundária tem nove rapazes e algumas raparigas. Escolhendo ao acaso um aluno da turma, a probabilidade de ele ser rapaz é $\frac{1}{3}$.

Quantas raparigas tem a turma?

- (A) 27 (B) 18 (C) 15 (D) 12

Exercício 6

Uma empresa de cofres atribui ao acaso um código secreto a cada cofre que comercializa. Cada código secreto é formado por quatro algarismos por uma certa ordem. Escolhendo-se um cofre ao acaso, qual é a probabilidade de o código ter exactamente três zeros?

- (A) 0,0004 (B) 0,0027 (C) 0,0036 (D) 0,004

Exercício 7

A ementa de um restaurante tem 10 sobremesas diferentes. Cinco clientes escolhem a sobremesa. A probabilidade de escolherem sobremesas distintas é:

- (A) 0,0023 (B) 0,0254 (C) 0,3024 (D) 0,5142

Exercício 8

Considere a linha do triângulo de Pascal em que o segundo elemento é 35. Escolhem-se, ao acaso, dois elementos dessa linha.

Qual é a probabilidade de esses dois elementos serem iguais?

- (A) $\frac{19}{{}^{35}C_2}$ (B) $\frac{35}{{}^{36}C_2}$ (C) $\frac{1}{{}^{35}C_2}$ (D) $\frac{18}{{}^{36}C_2}$

Exercício 9

Sete Amigos vão ao Futebol ver um desafio entre o Clube Alfa e o Clube Beta. Três deles são adeptos do Clube Alfa e quatro são adeptos do Clube Beta. No estádio sentam-se na mesma fila, uns ao lado dos outros, distribuídos ao acaso.

Qual é a probabilidade de os adeptos do Clube Alfa ficarem todos juntos e os adeptos do Clube Beta ficarem também todos juntos?

- (A) $\frac{3! \times 4!}{7!}$ (B) $\frac{2 \times 3! \times 4!}{7!}$ (C) $\frac{2}{3! \times 4!}$ (D) $\frac{1}{3! \times 4!}$

Exercício 10

Lança-se, quatro vezes consecutivas, um dado com as faces numeradas de 1 a 6. No primeiro lançamento sai a face 1 e no segundo sai a face 2.

Qual a probabilidade de os números saídos nos quatro lançamentos serem todos diferentes?

- (A) $\frac{6 \times 5 \times 4 \times 3}{6^4}$ (B) $\frac{6 \times 5}{6^4}$ (C) $\frac{6 \times 5}{6^2}$ (D) $\frac{4 \times 3}{6^2}$

Exercício 11

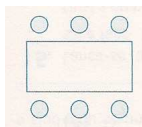
Lança-se três vezes um dado equilibrado com as faces numeradas de 1 a 6. Indique, justificando, qual dos dois acontecimentos seguintes é mais provável:

- nunca sair o número 6;
- saírem números todos diferentes.

Exercício 12

Seis amigos entram numa pastelaria para tomar café e sentam-se ao acaso numa mesa rectangular, com três lugares de cada lado, como esquematizado na figura.

Determine a probabilidade de dois desses amigos, a Joana e o Rui, ficarem sentados em frente um do outro.



Exercício 13

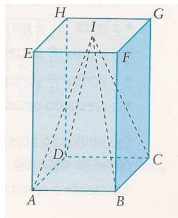
O código de um cartão multibanco é uma sequência de quatro algarismos como, por exemplo, 0559.

- Quantos códigos diferentes existem com um e um só algarismo zero?
- Imagine que um amigo seu vai adquirir um cartão multibanco. Admitindo que o código de qualquer cartão multibanco é atribuído ao acaso, qual é a probabilidade de o código desse cartão ter quatro algarismos diferentes? Apresente o resultado na forma de dízima.

Exercício 14

Seja B o conjunto dos números de quatro algarismos diferentes, menores que 3000, que se podem formar com os algarismos 1, 2, 3, 4, 5, 6, e 7.

- Verifique que o conjunto B tem 240 elementos.
- Escolhe-se, ao acaso, um elemento de B. Qual é a probabilidade de que esse elemento seja um número par? Apresente o resultado na forma de fracção irredutível.
- Escolhem-se ao acaso três elementos de B. Qual é a probabilidade de todos eles serem maiores que 2000? Apresente o resultado na forma de dízima, com duas casas decimais.



Exercício 15

Na figura ao lado estão representados um prisma quadrangular regular e uma pirâmide, cuja base [ABCD] coincide com a base superior do prisma. O vértice I da pirâmide coincide com o centro da base superior do prisma.

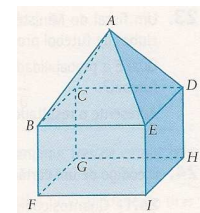
Considerando, ao acaso, cinco dos nove vértices da figura representada, qual é a probabilidade de que pelo menos quatro sejam da pirâmide?

Exercício 16

Na figura está representado o sólido [ABCDEFGHI]. Dispomos de cinco cores (amarelo, castanho, branco, preto e vermelho) para colorir as suas nove faces.

Cada face é colorida por uma única cor.

- De quantas maneiras diferentes podemos colorir o sólido, supondo que as quatro faces triangulares só podem ser coloridas de amarelo, de branco ou de castanho, é que as cinco faces rectangulares só podem ser coloridas de preto ou de vermelho?
- Admita agora que o sólido vai ser colorido ao acaso podendo qualquer cor colorir qualquer face. Determine a probabilidade de exactamente cinco faces ficarem coloridas de branco e as restantes faces com cores todas distintas. Apresente o resultado na forma de dízima, arredondado às décimas de milésima.



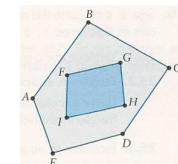
Exercício 17

Na figura estão representados dois polígonos:

- um pentágono [ABCDE]
- um quadrilátero [FGHI]

Dos nove vértices apresentados não existem três colineares.

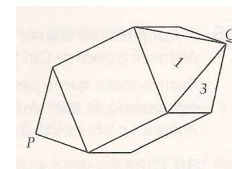
- Determine quantos triângulos têm como vértices três dos nove pontos, de tal modo que dois vértices pertençam a um dos polígonos e terceiro vértice pertença a outro polígono.
- A Sandra e o Hugo escolheram cada um, e em segredo, um dos nove vértices representados. Qual é a probabilidade de os dois vértices, assim escolhidos, pertencerem ambos ao mesmo polígono? Apresente o resultado na forma de percentagem arredondado às unidades.



Exercício 18

Na figura está representado um poliedro com doze faces, que pode ser decomposto num cubo e em duas pirâmides quadrangulares regulares.

- Pretende-se numerar as doze faces do poliedro com os números de 1 a 12 (um número diferente em cada face). Como se vê na figura, duas das faces do poliedro já estão numeradas, com os números 1 e 3.
 - De quantas maneiras podemos numerar as outras dez faces, com os restantes números?
 - De quantas maneiras podemos numerar as outras dez faces com os restantes dez números, de forma que, nas faces



de uma pirâmide, fiquem só números ímpares e nas faces da outra pirâmide fiquem só números pares?

- b) Considere agora o poliedro num referencial o. n. Oxyz, de tal forma que o vértice P coincida com a origem do referencial e o vértice Q esteja no semieixo positivo Oy. Escolhidos ao acaso três vértices distintos, qual é a probabilidade de estes definirem um plano paralelo ao plano de equação $y=0$? Apresente o resultado na forma de fracção irredutível.

Exercício 19

Numa turma de vinte e cinco jovens, as suas idades e sexos estão distribuídos como indica a tabela.

Idade	Rapazes	Raparigas
15	4	2
16	5	4
17	6	4

- a) Pretende-se escolher um jovem para representar a turma. Sabendo que esse representante é escolhido ao acaso, qual é a probabilidade de que tenha 16 anos ou seja rapariga? Apresente o resultado na forma de fracção irredutível.
- b) Ao escolher dois jovens ao acaso, qual é a probabilidade de eles serem de sexo diferente e terem a mesma idade?

Exercício 20

Considere todos os algarismos que se podem formar com os algarismos de 1 a 9.

- a) Escolhe-se, ao acaso, um desses números.
- a1) Determine a probabilidade de o número escolhido ter exactamente dois algarismos iguais e 1. Apresente o resultado na forma de percentagem, arredondado às unidades.
- a2) Determine a probabilidade de o número escolhido ter os algarismos todos diferentes e ser maior que 9800. Apresente o resultado na forma de dízima, com três casas decimais.
- b) Considere o seguinte problema:
- De todos os números de quatro algarismos que se podem formar com os algarismos de 1 a 9, alguns deles cumprem as seguintes condições:
- começam por 9;
 - têm todos os algarismos diferentes;
 - a soma dos quatro algarismos é par.
- Quantos são esses números?
- Uma resposta a este problema é $3 \times 4 \times {}^4A_2 + {}^4A_3$

Numa **pequena composição** explique porquê.

Exercício 21

Três casais, os Nunes, os Martins e os Santos vão ao cinema.

- a) Ficou decidido que uma mulher, escolhida ao acaso de entre as três mulheres, paga três bilhetes, e que um homem, escolhido igualmente ao acaso de entre os três homens, paga outros três bilhetes. Qual é a probabilidade de o casal Nunes pagar os seis bilhetes?
- b) Considere o seguinte problema:
- Depois de terem comprado os bilhetes, todos para a mesma fila e em lugares consecutivos, as seis pessoas distribuem-se ao acaso entre si. Supondo que cada pessoa se senta no lugar correspondente ao lugar que lhe saiu, qual é a probabilidade de os membros de cada casal ficarem juntos, com o casal Martins no meio?

Numa **pequena composição** explique por que razão $\frac{2^4}{6!}$ é uma resposta a este problema.

Nota:

Deve organizar a sua composição de acordo com os seguintes tópicos:

- referência à Regra de Laplace;
- explicação do número de casos possíveis;
- explicação do número de casos favoráveis.

Exercício 22

Considere o seguinte problema:

Um saco contém doze bolas, indistinguíveis ao tacto: três bolas com o número 1, cinco bolas com o número 2 e quatro bolas com o número 3. Retiram-se, do saco, três bolas ao acaso. Qual é a probabilidade da soma de os números saídos ser igual a cinco?

Uma resposta correcta para este problema é

$$\frac{{}^3C_2 \times 4 + {}^5C_2 \times 3}{{}^{12}C_3}$$

Numa **pequena composição**, explique esta resposta:

Nota:

Deve organizar a sua composição de acordo com os seguintes tópicos:

- referência à Regra de Laplace;
- explicação do número de casos possíveis;
- explicação do número de casos favoráveis.

Soluções

1. (A)
2. (B)
3. (A)
4. (D)
5. (B)
6. (C)
7. (C)
8. (D)
9. (B)
10. (D)
11. "nunca sair face 6"
12. $\frac{1}{5}$
13. a1) 2916
a2) 0,504
14. b) $\frac{5}{12}$
c) 0,12
15. $\frac{1}{6}$
16. a) 2592
b) 0,0015
17. a) 70
b) 51%
18. a1) 3628800
a2) 103680
 $\frac{1}{15}$
19. a) $\frac{3}{5}$
b) $\frac{13}{75}$
20. a1) 6%
a2) 0,006
21. $\frac{1}{9}$