

Teste 4 - 10º ano - Matemática A

1) $f(x) = x^2 - 4x + 3$

a) $f(x) = 0$
 $\Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 0$
 $\Leftrightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 4 \cdot 1 \cdot 3}}{2 \cdot 1}$
 $\Leftrightarrow x = 1 \vee x = 3$

b) $f(x) = x^2 - 4x + 3$
 $= \frac{x^2 - 4x + 4}{1} - 2^2 + 3$
 $= (x-2)^2 - 4 + 3$
 $= (x-2)^2 - 1$

$V(2, -1)$

c) $g(x) = \sqrt{f(x)}$

$D_g = \{x \in \mathbb{R} : f(x) \geq 0\}$

$f(x) \geq 0$
 $\Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 \geq 0$
 $x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = 1 \vee x = 3$ → determinamos na abscissa a)

$D_g =]-\infty, 1] \cup [3, +\infty[$ → opção **A**

2) $f(x) = -|x-4| + 5$
 $= \begin{cases} -(x-4) + 5 & \text{se } x \geq 4 \\ -(-x+4) + 5 & \text{se } x < 4 \end{cases}$
 $= \begin{cases} -x+4+5 & \text{se } x \geq 4 \\ x-4+5 & \text{se } x < 4 \end{cases}$
 $= \begin{cases} -x+9 & \text{se } x \geq 4 \\ x+1 & \text{se } x < 4 \end{cases}$
 $|x-4| = \begin{cases} x-4 & \text{se } x-4 \geq 0 \\ -x+4 & \text{se } x-4 < 0 \end{cases}$
 $= \begin{cases} x-4, & x \geq 4 \\ -x+4, & x < 4 \end{cases}$

3) $P(x^2-9, x-9, x^2-9x)$, $k \in \mathbb{R}$

O ponto P pertence ao eix de se:

$y_p = 0 \wedge z_p = 0$
 $\Leftrightarrow k-9 = 0 \wedge k^2-9k = 0$
 $\Leftrightarrow k = 9 \wedge k(k-9) = 0$
 $\Leftrightarrow k = 9 \wedge (k = 0 \vee k = 9)$
 $\Leftrightarrow \underline{k = 9}$

$k \in \{9\}$

opção **A**

4) $A(-2, -1)$

$B(-6, 3)$

ponto médio de $[AB]$

$M\left(\frac{-2-6}{2}, \frac{-1+3}{2}\right) = (-4, 1) \rightarrow \text{I - b)}$

$\overline{AB} = d(A, B)$
 $= \sqrt{(-6+2)^2 + (3+1)^2}$
 $= \sqrt{32}$ → **II - b)**

$A(-2, -1) \rightarrow x \neq -1$

$y \neq -2$

$y = \frac{x}{2} \rightarrow -1 = \frac{-2}{2} \checkmark \rightarrow \text{III - c)}$

$B(-6, 3) \rightarrow y \geq x \rightarrow 3 \geq -6 \checkmark \rightarrow \text{IV - a)}$

5) reta $\subset B$

a) $C(-4, -6)$ $a = \frac{2-(-6)}{4-(-4)} = \frac{8}{8} = 1$

$B(4, 2)$

$y = 1x + b$

$B(4, 2) \rightarrow 2 = 1 \cdot 4 + b$

$\Leftrightarrow 2 - 4 = b$

$\Leftrightarrow -2 = b \rightarrow y = x - 2$

$(x+3)^2 + (y-1)^2 \leq 50 \wedge y \leq x-2 \wedge y \leq 0$

b) Seja G o centro da circunferência

$G(-3, 4)$

Como $[DB]$ é um diâmetro

$D = B + 2\vec{BG}$

$= (4, 2) + 2(-7, -1)$

$= (4, 2) + (-14, -2)$

$= (-10, 0)$

$\vec{BG} = G - B$
 $= (-3, 4) - (4, 2)$
 $= (-7, 2)$

6) $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 13$

a) ponto $A \rightarrow x = 0$

$(0+2)^2 + (y-1)^2 = 13$

$\Leftrightarrow (y-1)^2 = 9$

$\Leftrightarrow y-1 = -3 \vee y-1 = 3$

$\Leftrightarrow \underline{y = -2} \vee y = 4$

ponto **A**

$A(0, -2)$

b) O centro da circunferência, G , tem coordenadas $(-2, 1)$

$\vec{AG} = G - A$

$= (-2, 1) - (0, -2)$

$= (-2, 3)$

$(x, y) = (0, -2) + k(-2, 3)$, $k \in \mathbb{R}$

7) H é ponto médio de $[BC]$

$H\left(\frac{-1+2}{2}, \frac{-2+3}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$

O baricentro, G , divide a mediana na razão de 2 para 1, Logo:

$G = A + \frac{2}{3}\vec{AH}$
 $= (-4, 2) + \frac{2}{3}\left(\frac{9}{2}, -\frac{3}{2}\right)$
 $= (-4, 2) + (3, -1)$
 $= \underline{\underline{(-1, 1)}}$

$A(-4, 2)$
 $H\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$
 $\vec{AH} = H - A$
 $= \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) - (-4, 2)$
 $= \left(\frac{9}{2}, -\frac{3}{2}\right)$

ou

$H\left(\frac{-1+2}{2}, \frac{-2+3}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$

$V\left(\frac{-4-1}{2}, \frac{2-2}{2}\right) = \left(-\frac{5}{2}, 0\right)$

note AH

$a = \frac{2-\frac{1}{2}}{-4-\frac{1}{2}} = -\frac{1}{3}$

$(-4, 2) \rightarrow y = -\frac{1}{3}x + b$

$2 = -\frac{1}{3}(-4) + b$

$2 - \frac{4}{3} = b$

$\frac{2}{3} = b \rightarrow \underline{y = -\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}}$

· note $\subset D$

$a = \frac{3-0}{2-(-\frac{2}{3})} = \frac{2}{3}$

$(2, 3) \rightarrow y = \frac{2}{3}x + b$

$3 = \frac{2}{3} \cdot 2 + b$

$3 - \frac{4}{3} = b$

$\frac{5}{3} = b \rightarrow \underline{y = \frac{2}{3}x + \frac{5}{3}}$

$\begin{cases} y = -\frac{1}{3}x + \frac{2}{3} \\ y = \frac{2}{3}x + \frac{5}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3y = -x + 2 \\ 3y = 2x + 5 \end{cases} \begin{cases} x = -3y + 2 \\ 3y = 2(-3y + 2) + 5 \end{cases} \begin{cases} \text{---} \\ 3y = -6y + 4 + 5 \end{cases} \begin{cases} \text{---} \\ 9y = 9 \end{cases} \begin{cases} y = 1 \\ x = -3 + 2 \end{cases} \begin{cases} x = -1 \\ y = 1 \end{cases}$

Baricentro

$G(-1, 1)$

8) opção **D**

9) a) Como o triângulo é retângulo o ortocentro, O , coincide com o ponto R e o circuncentro, C , coincide com o ponto médio da hipotenusa, Logo $[PO]$.

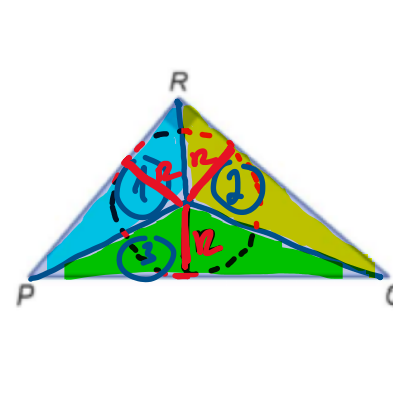
b) $\overline{PO}^2 = 9^2 + 12^2$
 $\Leftrightarrow \overline{PO}^2 = 225$
 Como $\overline{PO}$ é um comprimento
 $\overline{PO} = \sqrt{225}$
 $\overline{PO} = 15$

Perímetro

$P = \overline{PA} + \overline{PB} + \overline{PC}$

$= 9 + 12 + 15$

$= \underline{\underline{36}}$



$A_{[POR]} = \frac{9 \times 12}{2}$

$\underline{AR} + \underline{AR} + \underline{AR} = 54$

$\Leftrightarrow \frac{\overline{PR} \times \overline{RQ}}{2} + \frac{\overline{RQ} \times \overline{RQ}}{2} + \frac{\overline{PQ} \times \overline{RQ}}{2} = 54$

$\Leftrightarrow \frac{(\overline{PR} + \overline{RQ} + \overline{PQ}) \times \overline{RQ}}{2} = 54$

$\Leftrightarrow \frac{36 \times \overline{RQ}}{2} = 54$

$\Leftrightarrow \underline{\underline{R = \frac{54 \times 2}{36}}}$

$\Leftrightarrow \underline{\underline{R = 3}}$

10) Sendo D o circuncentro do triângulo $[ABC]$, $[DB]$ é raio da circunferência circunscrita.

$R = DB = 10$

então, o raio da circunferência das 3 pontas é $\frac{R}{2}$ (metade do raio da circunferência circunscrita).

Assim:

A circunferência circunscrita tem área:

$A_{O_c} = \pi \times 10^2 = 100\pi$

$A_{O_g} = \pi \times 5^2 = 25\pi$

$A_{\text{sombreada}} = 100\pi - 25\pi$

→ opção **C**