Teste 3 - 10ano _ Matemática A

domingo, 23 de março de 2025 15:14

Questão ① $(20 = 4 \times \underline{5})$

Ana (A)
Bernardo (B)
Cláudia (C)

15 elementos

Antes de contabilizar o voto do Diogo

$A \rightarrow 5\times2 + 4\times1 + 3\times3 + 2\times2 = 27 \longrightarrow 27 + 2 = 29$
$B \rightarrow 5\times1 + 4\times3 + 3\times2 + 2\times3 = 29 \longrightarrow 29 + 1 = 30$
$C \rightarrow 5\times3 + 4\times2 + 3\times1 + 2\times1 = 28 \longrightarrow 28 + 3 = 31$

com o voto do Diogo

$\boxed{CAB}$

I → 29 b)
II → C c)
III → 31 b)
IV → A a)

Questão ② (8)

$$\frac{26180}{14} = 1870$$

$$\frac{1870 \times 12}{52 \times 35} = \underline{\underline{12{,}33\text{ €}}}$$

opção $\boxed{C}$

Questão ③ (8)

$D'_f = [-1,3]$

$g(x) = f(x-2) + 1$

$D'_g = [0,4]$

opção $\boxed{C}$

Questão ④ (8)

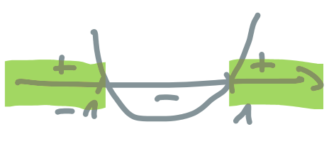
$g(x) = x^2 - 3x + 4$

$g(x) > -3x + 5$
$\Leftrightarrow x^2 - 3x + 4 > -3x + 5$
$\Leftrightarrow x^2 \cancel{-3x} + 4 \cancel{+3x} - 5 > 0$
$\Leftrightarrow x^2 - 1 > 0$

$S =]-\infty, -1[\cup]1, +\infty[$

opção $\boxed{D}$

C. Aux:
$x^2 - 1 = 0$
$\Leftrightarrow x^2 = 1$
$\Leftrightarrow x = \pm\sqrt{1}$
$\Leftrightarrow x = -1 \lor x = 1$



Questão ⑤

Vértice da parábola $\rightarrow V(2,8) \longrightarrow f(x) = a(x-2)^2 + 8$

$g(x) = x + 4$
$g(0) = 0 + 4 = 4 \longrightarrow A(0,4)$

a) (20) Como o ponto A pertence ao gráfico de f

$f(0) = 4$
$\Leftrightarrow a(0-2)^2 + 8 = 4$
$\Leftrightarrow a \times (-2)^2 = -4$
$\Leftrightarrow a \times 4 = -4$
$\Leftrightarrow a = -1 \longrightarrow \boxed{f(x) = -(x-2)^2 + 8}$

b) (20) O ponto B é ponto de interseção dos dois gráficos:

$f(x) = g(x)$
$\Leftrightarrow -(x-2)^2 + 8 = x + 4$
$\Leftrightarrow -(x^2 - 4x + 4) + 8 = x + 4$
$\Leftrightarrow -x^2 + 4x \cancel{-4} \cancel{+8} - x \cancel{-4} = 0$
$\Leftrightarrow -x^2 + 3x = 0$
$\Leftrightarrow x(-x+3) = 0$
$\Leftrightarrow x = 0 \lor -x + 3 = 0$
$\Leftrightarrow \underbrace{x = 0}_{\text{ponto } A} \lor \underbrace{x = 3}_{\text{ponto } B}$

$g(3) = 3 + 4 = 7 \longrightarrow B(3,7)$

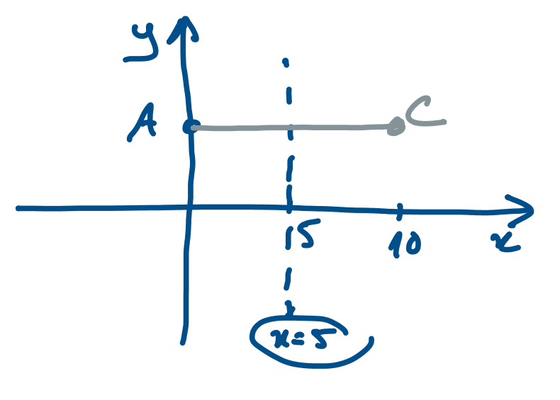
Questão ⑥

$A(0, y_A)$
$B(x_B, 0)$

$AB: \ y = -2x + 4$

a) (15)

- ponto A (5) $\longrightarrow y = -2\times0 + 4 = 4$
  $A(0,4)$
- ponto B (5) $\longrightarrow 0 = -2x + 4$
  $\Leftrightarrow 2x = 4$
  $\Leftrightarrow x = 2$
  $B(2,0)$
- ponto C (5) $\longrightarrow \underbrace{C(10,4)}$
  transformado de A pela reflexão de eixo $x = 5$



b) (20) $M\left(\frac{0+2}{2}, \frac{4+0}{2}\right) = (1,2) \longrightarrow \underline{\text{centro}}$ (3)

$N\left(\frac{2+10}{2}, \frac{0+4}{2}\right) = (6,2)$ (3)

$r = d(M,N)$
$= \sqrt{(6-1)^2 + (2-2)^2}$
$= 5$ (4)

$\boxed{(x-1)^2 + (y-2)^2 = 25}$ (10)

Questão ⑦ (8)

$A(1,-5) \quad B(4,-1)$

$d(A,B) = \sqrt{(4-1)^2 + (-1+5)^2}$
$= \sqrt{25}$
$= 5$ opção $\cancel{A}$

$$m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{-1+5}{4-1} = \frac{4}{3}$$

logo é paralela à reta de equação $y = \frac{4}{3}x + 5$

opção $\boxed{B}$ ✓

Seja $P(x,y)$ um ponto da mediatriz de $[AB]$, então:

$d(A,P) = d(B,P)$
$\Leftrightarrow \sqrt{(x-1)^2 + (y+5)^2} = \sqrt{(x-4)^2 + (y+1)^2}$
$\Leftrightarrow \cancel{x^2} - 2x + \cancel{1} + \cancel{y^2} + 10y + 25 = \cancel{x^2} - 8x + 16 + \cancel{y^2} + 2y + \cancel{1}$
$\Leftrightarrow 10y - 2y = -8x + 2x + 16 - 25$
$\Leftrightarrow 8y = -6x - 9$
$\Leftrightarrow y = -\frac{6}{8}x - \frac{9}{8}$
$\Leftrightarrow y = -\frac{3}{4}x - \frac{9}{8}$ opção $\cancel{C}$

Ponto Médio de $[AB]$

$M\left(\frac{1+4}{2}, \frac{-5-1}{2}\right) = \left(\frac{5}{2}, -3\right)$ opção $\cancel{D}$

Questão ⑧

a) $Q(2,2,0)$ (10)

logo:

$a - 1 = 2 \land b^2 - 2 = 2 \land c^2 + 2c - 3 = 0$
$\Leftrightarrow a = 3 \land b^2 = 4 \land c = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4\times1\times(-3)}}{2\times1}$
$\Leftrightarrow a = 3 \land b = \pm\sqrt{4} \land \left(c = \frac{-2-4}{2} \lor c = \frac{-2+4}{2}\right)$
$\Leftrightarrow a = 3 \land (b = -2 \lor b = 2) \land (c = -3 \lor c = 1)$

b)
i) $x = 2$
ii) $y = 2 \land z = 2$
iii) $x = 2 \land y = 0 \land 0 \leq z \leq 2$

(15) → 3×5

Questão ⑨ (20)

$$\begin{cases} (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 \leq 10 \\ x = a \end{cases}$$

$$\begin{cases} (a-2)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 \leq 10 \\ \_\_\_ \end{cases}$$

(8)
$$\begin{cases} (y+1)^2 + (z-2)^2 \leq \boxed{10 - (a-2)^2} \\ \_\_\_ \end{cases}$$

r^2

Círculo com centro $(a,-1,2)$ e raio $\sqrt{10 - (a-2)^2}$

$A = 6\pi$
$\Leftrightarrow \pi \cdot r^2 = 6\pi$
$\Leftrightarrow r^2 = 6$
$\Leftrightarrow 10 - (a-2)^2 = 6$
$\Leftrightarrow -(a-2)^2 = -4$
$\Leftrightarrow (a-2)^2 = 4$
$\Leftrightarrow a - 2 = -2 \lor a - 2 = 2$
$\Leftrightarrow \cancel{a = 0} \lor \underline{\underline{a = 4}}$

(10)

$\underline{\underline{a \in \mathbb{R}^+}}$
(2)

Questão ⑩ (8)

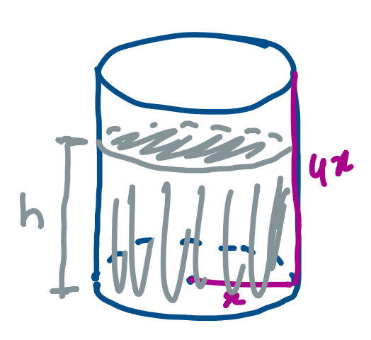
$C(-2,5,3)$
$A(-2+2k, 5-2k, 3)$
$G(-2, 5, 3+2k)$

$d(A,G) = \sqrt{(\cancel{-2}+\cancel{2}-2k)^2 + (\cancel{5}-\cancel{5}+2k)^2 + (\cancel{3}+2k-\cancel{3})^2}$
$= \sqrt{4k^2 + 4k^2 + 4k^2}$
$= \sqrt{12k^2}$
$= \underline{\underline{2\sqrt{3}\,k}}$

$$\begin{array}{r|l} 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

opção $\boxed{D}$

Questão ⑪ (20)



(2)

$V = 500\pi$
$\Leftrightarrow A_b \times h = 500\pi$
$\Leftrightarrow \pi \cdot x^2 \times 4x = 500\pi$
$\Leftrightarrow x^3 = 125$
$\Leftrightarrow x = \sqrt[3]{125}$
$\Leftrightarrow x = 5$ (8)

$0{,}75 \times V = 0{,}75 \times 500\pi = 375\pi$ (3)

$A_b \times h = 375\pi$
$\Leftrightarrow \pi \times 5^2 \times h = 375\pi$
$\Leftrightarrow h = \frac{375\pi}{25\pi}$
$\Leftrightarrow h = 15 \longrightarrow \boxed{z = 15}$ (2)

(5)

ou

Como a base é a mesma, a altura do combustível é 75% da altura do reservatório (5)

$0{,}75 \times 4 \times 5 = 15$ (2)

$\longrightarrow \boxed{z = 15}$ (3)